Avant propos

Wladimir Jankelevitch commence son ouvrage sur **Debussy** (Debussy et le mystère de l'instant - Plon) par une distinction entre le mystère et le secret.

Le secret, principe des sociétés initiatiques, referme sur elles une connaissance qu'il n'est pas bon de divulguer; le code sépare, et la cryptographie devient une arme dans la lutte entre puissances, qu'elles soient ou non volontairement ésotériques.

Le mystère, en revanche, est l'au-delà du rationnel, la zone d'ombre impénétrable à la logique, et il peut avoir les dehors de la simplicité.

Appliquons cette distinction à la matière traitée : il est hors de doute qu'une partie significative de la musique d'aujourd'hui se nourrit de codes et de procédures qui lui confèrent les apparences d'un langage d'initiés – codes élargis ou contestés au demeurant par chaque vague successive de création.

La question se pose cependant de savoir si ces codes et procédures ne sont pas simplement protégés par l'effort à accomplir pour les assimiler, voire pour les mettre à jour, car la frontière est floue entre l'inconnu et l'inconnaissable, et toute manifestation humaine à caractère de message implique une technique.

Il suffit de prendre pour exemple de l'ambiguïté attachée à cette distinction le cas d'un **Olivier Messiaen**, esprit religieux nourri de mystères, qui fonde son langage sur un réseau serré de propriétés mathématiques et d'algorithmes, dont il n'est éloigné que par un refus d'explication abstraite.

Bien entendu, la mise à jour de ces relations et de ces mécanismes ne dévoilera ni les choix fondamentaux, ni leur mise en œuvre au niveau d'un métalangage.

Elle permettra pourtant de mieux cerner la marge d'inconnaissable où se joue effectivement la création, y compris pour les œuvres passées qu'on a trop tendance, encore aujourd'hui, à situer en bloc dans la zone du mystère.

L'effort à accomplir est considérable, mais l'essor de disciplines naissantes, dont un bon nombre sont liées au développement de l'informatique, fournit un arsenal d'outils sans comparaison avec les moyens artisanaux de l'analyse traditionnelle.

De plus, plusieurs compositeurs contemporains, Messiaen compris, ont décrit à leur manière l'emploi plus ou moins intuitif de ces outils, jusqu'à fonder consciemment certaines œuvres sur des procédures désormais formalisées. Là, la distance entre synthèse et analyse se réduit et peut nous aider à progresser. Formalisme, le grand mot est lâché ; **Iannis Xenakis** l'avait déjà mis en exergue de son livre «musiques formelles». Puisqu'il n'est pas contestable que toute musique a des bases formelles, il me semble utile de poursuivre l'effort de défrichage entamé par plusieurs pionniers, cités par la suite.

Il contribuera peut-être à re-mystifier la musique, puisque certains ci-devant «secrets d'écriture» seront alors du domaine public ; toutefois, je crois que le caractère de simplicité lié par Jankelevitch au mystère n'est que le passage à un niveau de complexité supérieur, par exemple à l'échelle des macrostructures.

Enfin, il ne faut pas se faire d'illusions sur la généralité de ce qui suit ; les efforts de mise à jour réunis ici ne sont encore que des bornes isolées d'un vaste territoire, dont la découverte suscitera je l'espère de nombreux appétits, et plus encore au niveau de la création que de la musicologie.

Introduction

Un besoin objectif

Patrick Greussay écrit au début de sa thèse de doctorat [5.12] «existe-t-il des problèmes en composition et en analyse musicale?»

Il rappelle qu'une question est formelle quand est donnée en même temps qu'elle la forme de sa réponse, à savoir qu'on dispose, indépendamment de la réponse, du critère de l'acceptabilité de cette réponse.

Sinon, la question est informelle.

Il fait remarquer également qu'une question est considérée comme <u>objective</u> s'il y a aptitude de la réponse à apaiser l'inquiétude intellectuelle qui est à l'origine de l'interrogation.

Iannis Xenakis, lui, dans son article «vers une philosophie de la musique» [2] fait l'éloge de la raison, non comme faculté d'enchaîner des mécanismes de pensée, mais comme curiosité, besoin de formuler des questions.

L'Orphisme prétendait que l'âme humaine est un dieu déchu, et que seule la sortie de soi (εχ στασις) pouvait révéler sa vraie nature et retrouver sa supériorité perdue grâce à des purifications, échappant ainsi à la «roue de la naissance» (τροχος γενεσεως), c'est-à-dire à la fatalité des réincarnations animales et végétales. Je cite cette doctrine parce qu'elle met en opposition, d'une certaine manière l'idée de cycle, de circuit fermé, et celle de l'échappée hors de soi.

En fait, toute la musique oscille entre ces deux pôles:

la transe née de la répétition infinie des mêmes figures (dionysiaque)

et la recherche constante de l'inconnu (apollinienne).

Or, par analogie avec le langage, toute la «sémantique» musicale est fondée sur l'incarnation de structures, matérialisées au niveau de la syntaxe par des rapports entre paramètres du son. Ces structures, plus intérieures que la signification explicite (le signifié) peuvent être considérées, si elles sont choisies avec discernement, comme des noyaux de pensée pure qui se traduisent en sensations lorsqu'elles traversent le monde physique.

Née de la croyance fétichiste que son origine était la sensation même, la musique est en fait à mon sens la sollicitation sonore de mécanismes psychiques d'essence temporelle qui réagissent usuellement aux perceptions et à leurs implications affectives. Et chaque fois que l'imagination créatrice des compositeurs les conduisait à innover, leurs innovations ont d'abord été taxées de folie ou d'incommunicabilité. C'est à la chasse des formes abstraites que nous irons donc avec les moyens du bord, en essayant de localiser des bribes de ces noyaux de pensée pure auxquels je faisais allusion plus haut.

En choisissant les questions auxquelles je cherche à répondre, je m'efforcerai de les exprimer de manière formelle, étant entendu qu'à un moment ou à un autre, elles auront eu, ont ou auront un caractère objectif pour moi, et, je l'espère, pour vous.

La formalisation

Toute musique est organisation du temps.

Quand nous la ressentons comme telle, c'est qu'elle recèle quelques correspondances avec certains schèmes de notre propre organisation physico-psychique ; nous adhérons intuitivement, à des échelles de temps variables, à ce qu'elle nous propose, elle confirme certains trajets que nous reconnaissons ou en met à jour que nous avons le désir d'explorer plus avant.

L'échelle de temps ici est importante; un son isolé, simple ou complexe, peut nous toucher par son timbre, son contenu plastique, par exemple un accord de vibraphone. C'est le plaisir de l'oreille des définitions naïves, une certaine forme de sensualité. Si plusieurs de ces sons s'organisent en une figure et selon une pulsation, elle peut nous sembler dans certains cas familière, jusqu'à la mémoriser (voir la chanson) ou éveiller en nous quelque mouvement à la fois neuf et attendu, que **Pierre Boulez** avait résumé dans la formule célèbre «l'imprévisible devenu nécessité». Mais au-delà de quelques secondes, sauf à nous satisfaire d'une sorte de confirmation répétée, notre adhésion, si elle persiste, change de nature. Les correspondances qui s'établissent échappent au présent immédiat, et impliquent un certain «fonctionnement».

Si nous voulons à notre tour être «source de musique», et que nous ayons maîtrisé des moyens quels qu'ils soient pour produire ou faire produire des sons, nous devrons expliciter en tout cas pour nous-mêmes cette intégration hors du présent, imaginer des proportions, des transitions, éventuellement des invariants, bref formaliser des structures. Cette formalisation pourra se traduire par des graphismes, des diagrammes ou des partitions traditionnelles selon la conception de chacun, mais sa forme finale devra être transcrite en symboles accessibles à ceux qui doivent l'actualiser.

C'est cette zone entre conception et actualisation que j'ai l'intention d'explorer ici, en essayant chaque fois que cela sera possible de situer les outils ou méthodes que nous offrent les développements récents du traitement de l'information, mais aussi tous les formalismes qui pourront à l'occasion nous être utiles, et en particulier les mathématiques.

Les innovations en musique contemporaine

Supposons pour l'instant connue la musique traditionnelle, en gros jusqu'au XIX[e] siècle. C'est une supposition fausse, et nous y reviendrons, dans la mesure où l'analyse d'une symphonie de **Mozart** ou d'une fugue de **Bach** laisse ouvertes bien des questions.

Toutefois, on peut définir clairement une bonne partie des bases et du langage utilisé. Cherchons donc, à partir des œuvres ou expériences récentes, l'éventail des principales innovations que l'on peut caractériser.

Nous les regrouperons en 3 classes d'abstraction croissante :

Les moyens de production des sons

Les matériaux musicaux symboliques, qui opèrent un choix dans la gamme infinie des sons possibles et les regroupent selon des notions d'ordre total ou partiel.

Les conceptions nouvelles de la forme au sens global.

Reprenons ces trois classes et explicitons-les quelque peu :

1 - Les moyens de production des sons d'abord :

- La recherche s'effectue au niveau d'une utilisation non prévue des instruments traditionnels – comme le trombone de **Vinko Globokar** ou le piano préparé de **John Cage**.

- L'incorporation de tous les phénomènes vocaux issus de l'expression naturelle et la dépassant le cas échéant : rires, gloussements, onomatopées, rumeurs, bruits de bouches. Voir la soliste de *Momente* de **Karlheinz Stockhausen**, la *Sequenza numero 3* pour voix seule de **Luciano Berio**.

- L'utilisation des principales techniques électro-acoustiques et électroniques : et là, deux voies différentes :

  - Saisie des sons environnants (musicaux ou non), soit pour un montage pur et simple, soit pour les transformer par des opérations allant du simple (filtrages, mélanges) au complexe (modulation en anneau, abondamment utilisée par Stockhausen)

  - Création de sons synthétiques, réductibles ou non à une hauteur déterminée, vulgarisée déjà dans la musique de variétés par les synthétiseurs, mais pouvant aller grâce aux ordinateurs jusqu'à la découverte de sons inouïs (voir les travaux de **Jean-Claude Risset**).

- Autre fait significatif : l'avènement de la percussion, c'est-à-dire des timbres complexes à résonance transitoire, aussi bien :

- à hauteur déterminée, parmi lesquels le vibraphone, les marimbas, les cloches et mêmes le piano.

- A hauteur indéterminée, qu'on peut diviser en gros en percussions métalliques telles que cymbales, gongs, en percussions à peaux : tambours, toms, caisses diverses, auxquels sont venus s'ajouter une grande quantité d'instruments exotiques tels que les maracas, les râpes, les bongos, etc., et enfin par extension tous les matériaux sources de bruits.

Il suffit d'avoir entendu les percussions de Strasbourg pour se faire une idée de cette nouvelle palette extrêmement riche.

2 - La deuxième classe a trait aux **nouveaux matériaux musicaux** ou échelles de hauteurs et de durée.

J'entends par là, dans l'étendue du réel des sons par exemple, la subdivision plus grande que la chromatique de l'échelle sonore (1/3, 1/4, 1/6 de tons), ou à base de subdivision différente de 12, cette dernière extension accessible seulement par des moyens techniques complexes.

À cette subdivision, qui n'est utilisée que sporadiquement, il faut ajouter la création d'échelles défectives (c'est-à-dire n'utilisant pas tous les sons répertoriés) et fonctionnant comme des modes non répétitifs sur toute l'étendue audible ; on peut les obtenir au moyen d'opérations mathématiques de la théorie des ensembles – on y reviendra.

D'autre part, ces moyens nouveaux tendent à modifier, voire à abolir la hiérarchie traditionnellement établie des sons à partir de rapports numériques simples : l'octave, la quinte, la quarte, etc.

Dans la catégorie des durées sont apparues des superpositions de durées premières entre elles, ou même de temps non mesurés selon Boulez, grâce à l'utilisation de valeurs longues.

3 - Enfin, la troisième classe d'innovation a trait à la **forme globale** des œuvres :

Est apparue, en relation avec l'évolution des théories scientifiques et de la notion de système, une notion de forme variable assimilable à un parcours dans un graphe orienté ; le nombre de solutions est alors limité et plus ou moins contrôlable, comme chez Boulez (*3ee sonate* pour piano).

Pour être significative, elle suppose l'établissement d'un modèle mathématique. On peut y rattacher le contrôle statistique de grands nombres d'événements sonores, chers à Xenakis.

Le stade suivant est la forme ouverte à réalisation partiellement notée, qui suppose une participation active des interprètes et dont les solutions sont dénombrables, mais infinies, comme les *Archipels* de Boucourechliev.

Un détachement encore plus grand conduit à la notion de tirage au sort, de hasard accepté qu'à développé John Cage, le dernier stade de partage des responsabilités étant l'improvisation de groupe.

Etapes d'une formalisation

Nous allons tenter de définir les étapes nécessaires pour la conception d'une œuvre musicale.

- La première intuition est celle d'un modèle global, sorte de représentation intérieure incomplète qui comporte des proportions, des opérations implicites ou explicites sur des entités sonores traversant des champs, et leurs interactions.

- Cette étape suppose un certain nombre d'hypothèses sur la réalisation finale : forme fixe, laissant un maximum de libertés dans l'interprétation, ou forme ouverte et son degré d'ouverture, type d'instrumentation (traditionnelle, électronique, sortie d'ordinateur).

- Les champs sont à caractériser dans un espace musical multidimensionnel comprenant :

a) Pour les hauteurs des sons :

- Soit une localisation dans des bandes de fréquences

- Soit une sélection de sons en nombre discret, au sein de laquelle s'organisent et communiquent des échelles.

b) Pour les timbres et leur dynamique :

- S'il s'agit de sons à hauteur déterminée, un ordonnancement des instruments à utiliser

- S'il s'agit de sons complexes déjà connus (instruments ou objets percutés, enregistrements de sons réels, sons synthétiques), un répertoire de ces sons et des transformations qu'on projette de leur faire subir.

- Pour les sons nouveaux que l'on veut synthétiser (sons inouïs), une recherche préalable est à effectuer pour les définir. Toutefois, il est difficile d'avoir une intuition globale d'une œuvre dont le matériau sonore n'est pas déjà en mémoire.

c) Pour les durées :

Perception des degrés de mobilité des sons dans les proportions du modèle (unité minimale fixe ou fluctuation du tempo).

Subdivisions différentes d'une même macro-unité de temps.

À noter que des nouvelles techniques, de même que des retours à des modes d'écriture plus traditionnels apparaissent régulièrement. Signalons la démarche spectrale, dont les principaux représentants (**Hugues Dufourt, Gérard Grisey** notamment) ont adopté des variantes personnelles, et qui continue à évoluer selon l'expérience de chacun.

L'étape de fixation consiste à préciser, dans une notation aussi économique que possible,

- les entités de base et les opérateurs qui assurent leurs modes de trajectoires dans les champs définis, ainsi que leurs interactions.

- les modes d'application locale des opérateurs aux entités, qui suppose une critique et une correction permanente des données, le plus souvent par itérations successives.

À noter que là encore, toutes les variantes sont possibles, de la notation traditionnelle à l'enregistrement en temps réel et à tous les montages et collages intermédiaires.

L'étape finale est l'actualisation de l'œuvre, pour un public ou une saisie enregistrée.

Chapitre I - L'espace musical

Quelques rappels de physique élémentaire

On n'entrera pas ici dans une discussion détaillée de la physique du phénomène musical. Les ouvrages appropriés en décrivent les bases [3.5]

On rappellera seulement que les sources sonores «naturelles» sont principalement des corps solides ou gazeux (métaux, bois, membranes, colonne d'air), rarement liquides (rappelons le « bouteillophone» et les recherches de Lasry et Baschet) dont les proportions géométriques favorisent certains modes propres (au sens de la physique)

La sollicitation de ces modes se fait par un apport d'énergie ponctuel ou entretenu (percussion, frottement, pression), s'appuyant sur des phénomènes de résonance. Toutefois, toute source de bruit peut être considérée comme une source musicale.

Quant aux sources «artificielles», elle sont de deux ordres:

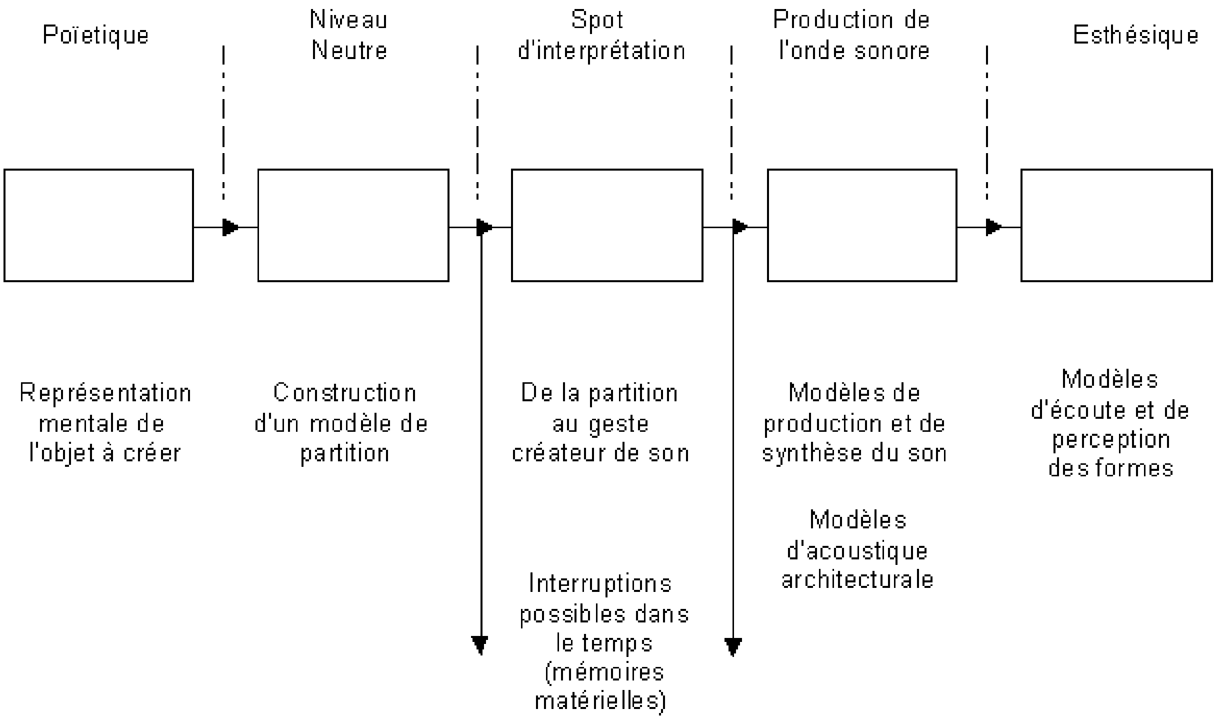
> Les générateurs électroniques, qui élaborent et produisent des ondes électriques; fondés sur la connaissance intellectuelle des phénomènes de résonance, ils constituent en général des «modèles» des sources naturelles. L'information produite est la variation continue de l'onde électrique, transformée en onde sonore par des transducteurs électro-mécaniques.

> Les systèmes de programmation et programmes d'ordinateurs, qui sont en eux-mêmes des modèles abstraits, et élaborent non plus une onde continue mais une information point par point, laquelle doit être ensuite transformée en onde sonore continue au moyen de convertisseurs digitaux-analogiques. Il est important de noter que dans ce cas, la durée «virtuelle» de l'information est elle-même paramétrisée, et qu'il n'existe plus de synchronisme entre son élaboration et son émission; c'est une «horloge» qui la retraduit en temps réel.

La transmission de «l'information musicale» se fait par variation de pression de l'air ambiant et les quantités d'énergie mises en jeu dans ce transfert sont en général très faibles.

Là encore, l'électronique intervient pour transmettre le message hors de portée acoustique, transducteur mécano-électrique (micro) et transmission électronique pouvant être suivie de transmission hertzienne et re-traduction sonore, constituent la chaîne intermédiaire courante, avec ses déformations propres (fig 1.1).

Fig1.1



Il est important de noter que la chaîne de transmission peut différer l'émission du message, des supports physiques variés (disques, cassettes, etc) constituant alors une mémoire figée de l'onde sonore potentielle.

Quand au récepteur, c'est une paire d'oreilles, qui constitue en lui-même un mécanisme biologique complexe [3.2], transmettant en l'interprétant l'information reçue au cerveau et par lui à l'appareil psycho-moteur. Il est vraisemblable, bien que non prouvé, qu'une association de récepteurs humains baignant dans un même message sonore modifie leur réceptivité.

Enfin, le message sonore étant d'essence spatio-temporelle, la localisation et l'éventuelle mobilité des sources et des récepteurs ont leur importance étant donné les propriétés physiques du milieu transmetteur (vitesse du son, distances, etc.), de même que les particularités de l'espace où se fait l'échange (acoustique, architectures).

Toutes ces étapes de la production et de la transmission du son, et en particulier celles qui font appel aux technologies récentes, ont donné lieu à la mise au point de méthodes de description et d'analyse faisant appel aux mathématiques appliquées.

La plupart relèvent de l'analyse différentielle, puisqu'il s'agit de phénomènes de variation, entretenus ou non, de l'état du milieu physique.

La démarche, étant analytique, a tendu à isoler certains caractères ou paramètres du son sur lesquels nous allons revenir.

Mais le traitement en amont, c'est-à-dire les supports de l'imagination dans l'organisation des sons, de même que ses effets en aval sur le récepteur, sont restés en grande partie du domaine de la description subjective. C'est à ces niveaux que l'effort reste à faire, et nous nous intéresserons d'abord au premier.

Nous allons donc, par une démarche analogue, tenter de décrire dans ce chapitre l'espace musical abstrait, c'est-à-dire les outils de formalisation des paramètres du son existants, avec leurs avantages et leurs lacunes.

Les paramètres du son

Découvrir des invariants dans le domaine de la variation et des repères de répétitivité au royaume de l'irreproductible est le propos usuel du physicien. D'où la notion de fréquence fondamentale d'un son entretenu, ou note, ou hauteur, mesurée en cycles par seconde. Un son est dit pur par convention lorsque l'onde de pression qui le caractérise en un point de l'espace est représentée par une sinusoïde. Les sons purs n'existent pas dans la nature, mais les générateurs électroniques en donnent une bonne approximation. On ne reprendra pas ici la théorie des cordes vibrantes ou des vibrations de membranes ou de colonne d'air; on rappellera seulement que les propriétés physiques et la géométrie du milieu en vibration favorisent, outre la fréquence fondamentale, des fréquences en rapport entier avec celle-ci ou harmoniques ; le taux de ces harmoniques (rapport d'amplitude avec la fondamentale) détermine le timbre du son composé entretenu.

Les modèles mathématiques relèvent de l'analyse différentielle: équations et systèmes d'équations différentielles linéaires ou non, équations aux dérivées partielles permettent des représentations des ondes produites.

L'établissement du phénomène donne lieu à un transitoire plus ou moins important qui correspond à l'attaque du son; lorsque l'apport d'énergie se fait par percussion, le transitoire est particulièrement important, et le corps (ou le milieu) vibre ensuite sur ses fréquences propres, avec un amortissement plus ou moins long jusqu'à extinction totale.

Lorsque le milieu en vibration a des propriétés et proportions choisies, (par exemple système physique à constantes localisées), le spectre des fréquences est discret, et l'analyse en série de Fourier permet une décomposition de la représentation de l'onde en somme de sinusoïdes. Dans le cas général d'un bruit, le spectre peut être continu dans une certaine bande de fréquence et seule l'analyse par intégrale de Fourier est possible.

Si l'on revient à un son entretenu par une source d'énergie et produit dans une intention musicale, sa description exhaustive en un point donné de l'espace, depuis son apparition jusqu'à son extinction, est la représentation sous forme d'une courbe en coordonnées cartésiennes de la variation de pression de l'air en fonction du temps au point donné.

L'observation de cette courbe, enregistrée sur un support de papier (comme un électrocardiogramme par exemple), fait apparaître 3 zones :

- la zone d'établissement du son, durant laquelle le transitoire l'emporte

- la zone d'entretien du son, où une périodicité s'établit, modulée en amplitude par les variations lentes de l'apport d'énergie, qui correspondent à la dynamique de ce son, c'est-à-dire à ses variations d'intensité durant l'entretien, et modulée le cas échéant en fréquence autour de la valeur nominale de la fondamentale (vibrato des instruments à cordes, de la voix, etc.)

- la zone d'extinction, où l'amplitude décroît rapidement.

C'est sur la zone d'entretien qu'une analyse en série de Fourier ferait apparaître la décomposition de l'onde en une somme de sinusoïdes, dont les rapports de fréquence et d'amplitude avec la fondamentale sont caractéristiques du timbre.

Dire qu'une note de clarinette est un la^7 attaqué louré et joué *mf* est donc sous-entendre une série de simplifications drastiques vis-à-vis de la réalité physique, le timbre lui-même pouvant se modifier d'une tessiture à l'autre (par exemple chalumeau de la clarinette).

Il sera important d'avoir ces simplifications à l'esprit lorsqu'on fera usage des formalismes sur les paramètres du son.

En particulier, les formalismes sur les échelles de hauteurs supposent des sons purs indéfiniment entretenus, et ne constituent qu'une première approximation limitative.

Formalisation des échelles traditionnelles. La structure de groupe

Le langage tonal traditionnel est fondé sur le tempérament des intervalles dits «naturels» que l'on détecte comme harmoniques d'une fondamentale. Xenakis l'interprète [5.8] comme compromis entre deux approches : une approche géométrique et pythagoricienne, basée sur des subdivisions égales d'une même longueur de corde, et une approche arithmétique ou aristoxénienne, qui additionne les intervalles entre sons.

Quoiqu'il en soit, toute échelle sonore construite sur un intervalle unitaire entre deux fréquences $\frac{f_2}{f_1}=x$ et qui privilégie l'intervalle $\frac{f_n}{f_o}=2=x^n$ c'est-à dire que $x=\sqrt[n]{2}$ $x=2^{\frac{1}{n}}$ peut être formalisée de manière efficace, selon Barbaud, à partir de l'ensemble $G=\{x^0, x^1, \ldots, x^{n-1}\}$, par une application bijective sur les entiers

a = 0,1,...n-1.

<u>A condition de considérer l'échelle sonore résultante comme privilégiant l'octave</u>, l'utilisation de la structure des entiers modulo-n permettra de formaliser toute une série de propriétés musicales de cette échelle.

n = 12 échelle chromatique tempérée

n = 18 échelle en tiers de tons,

n = 24 échelle en quart de tons, etc.

Si l'on décide de choisir une valeur de n différente de celle utilisée par la tradition, il y aura lieu d'estimer les distances des intervalles résultant par rapport aux distances formées par la suite des harmoniques naturels d'un son.

On peut évidemment privilégier un autre intervalle, par exemple la 2ème harmonique, c'est-à-dire $x=3^{1/n}$, si l'on veille à ce qu'il n'existe pas un kième degré $x^k=2=3^{k/n}$ car la prégnance auditive de l'octave étant plus forte que celle de la quinte, l'étude modulo-n aboutirait à des propriétés non vérifiées par l'oreille. Pour en revenir à l'ensemble $\mathbb{Z}_n=(0,1,2\ldots n)$ on utilise sa structure de groupe pour la loi d'addition (la transposition des musiciens) c'est-à-dire que

a) cette loi est associative : $\forall a,b,c\in\mathbb{Z}_n,: (a+b)+c=a+(b+c)$

b) il existe un élément neutre : $a+0=0+a=a$

c) chaque élément admet un symétrique :

$\forall a,b,c\in\mathbb{Z}_n,: a+\bar{a}=\bar{a}+a=0$

d) cette loi est partout définie

$\forall x,y\,(x,y\in\mathbb{Z}_n)\Rightarrow(x+y)\in\mathbb{Z}_n$

Cette formalisation s'adapte bien au langage tonal classique, dont Barbaud a étudié certaines propriétés harmoniques.

Par exemple, bien que la gamme majeure $P_0^M = \{0,2,4,5,7,9,11\}$ ne soit pas un sous-groupe de $\mathbb{Z}_{12}$, on peut la considérer comme la réunion de trois sous-ensembles

$H_0 = \{0,4,7\}$ accord parfait majeur construit sur la tonique

$H_5 = H_0 + 5 = \{5,9,0\}$ accord parfait majeur construit sur la sous dominante

$H_7 = H_0 + 7 = \{7,11,12\}$ accord parfait majeur construit sur la dominante

De même

$K_i = \{i, i+3, i+7\}$ représente un accord parfait mineur

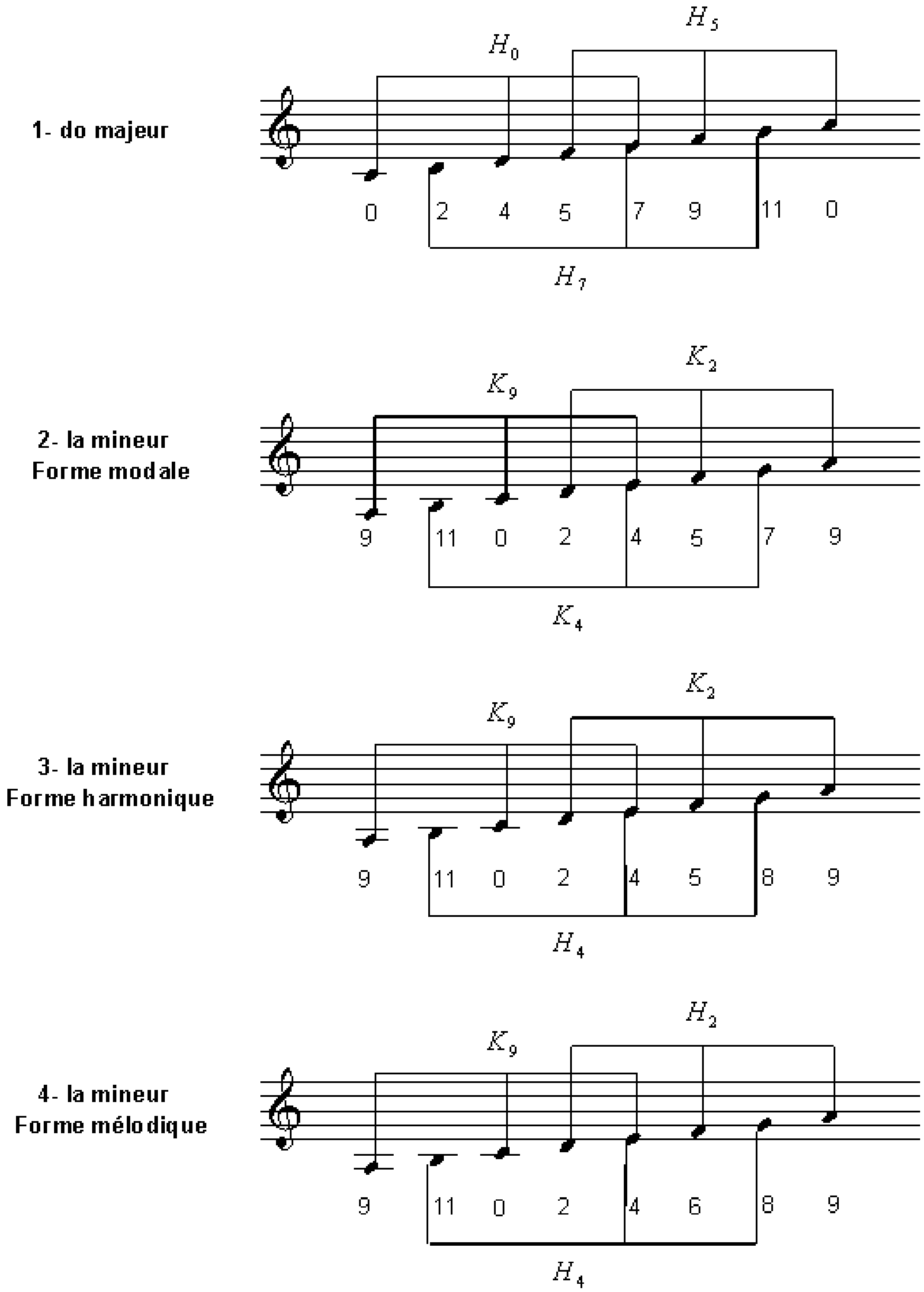
et les trois formes de la gamme mineure « relative » de P_M seront données par les unions

$P_9^p = K_9 \cup K_2 \cup K_4$ forme modale (remarque $P_9^p = P_0^M$)

$P_9^n = K_9 \cup K_2 \cup K_4$ forme harmonique voir fig 1.2

$P_9^m = K_9 \cup H_2 \cup H_4$ forme mélodique

Fig 1.2 les trois formes de la gamme de la mineur



ou encore

$$P_i^M = H_i, K_{i+2}, K_{i+4}, H_{i+5}, H_{i+7}, K_{i+8}$$

décrit tous les accords parfaits majeurs et mineurs existant dans le ton « i » on rappelle que P_i est un sous groupe de $\mathbb{Z}_{12}$

$ssi\, P_i \subset \mathbb{Z}_{12}, \forall x,y \in P_i : (x+y) \in P_i$

or pour P_M, $(2+4)=6 \notin P_M$

on note $H_x = H_{0+x}$ $(x \in \mathbb{Z}_{12})$

Les échelles congruentes modulo-12

Si utilisant les propriétés de la congruence modulo-12, on construit tous les sous-groupes de $\mathbb{Z}_{12}$

Sous-groupes	Nbre d'éléments	Nbre de sous-groupes	Valeurs de k
$G_k^1=(k)$	1	12	$k=0,1,\dots\dots 11$
$G_k^2=(k,k+6)$	2	6	$k=0,1,\dots\dots 5$
$G_k^3=(k,k+4,k+8)$	3	4	$k=0,1,2,3$
$G_k^4=(k,k+3,k+6,k+9)$	4	3	$k=0,1,2$
$G_k^6=(k,k+2,\dots k+10)$	6	2	$k=0,1$
$\mathbb{Z}_{12}$ lui-même	12	1	

On obtient ainsi 28 sous-groupes qui sont des échelles bien connues des musiciens ;

- la totalité des octaves bâties sur une note
- les quartes augmentées (ou quintes diminuées)
- les 4 accords de quinte augmentées
- les 3 accords de septième diminuées
- les 2 gammes par tons debussystes
- le total chromatique.

remarquons en passant qu'historiquement, les membres de phrase musicale utilisant l'un de ces sous-groupes comme échelle utilisaient sans restriction harmonique les sous-ensembles (accords) du sous-groupe, tirant implicitement la conséquence de «compatibilité entre agrégats» des propriétés d'équidistance entre degrés successifs. Il est facile de le vérifier sur tous les passages en septième diminuées de la période romantique, mais aussi sur les sections en gamme par tons de Debussy (cf Le prélude du premie livre *Voiles*).

Les opérations logiques usuelles à partir de ces 28 sous-groupes permettent de formaliser toutes les échelles modulo-12 .

Toutefois, Xenakis [5.2] a préféré exprimer ce formalisme à partir des classes de résidus modulo-n, ce qui donne :

pour $\mathbb{Z}_{12}$ $\textit{classe}\,0 \quad \textit{modulo}\,1$

pour $G_k^6 \begin{cases} \textit{classe}\,0 & \textit{modulo}\,2 & \textit{notée}\,2_0 \\ \textit{classe}\,1 & \textit{modulo}\,2 & \textit{notée}\,2_1 \end{cases}$

pour $G_k^4 \begin{cases} \textit{classe}\,0 & \textit{modulo}\,3 & \textit{notée}\,3_0 \\ \textit{classe}\,1 & \textit{modulo}\,3 & \textit{notée}\,3_1 \\ \textit{classe}\,2 & \textit{modulo}\,3 & \textit{notée}\,3_1 \end{cases}$

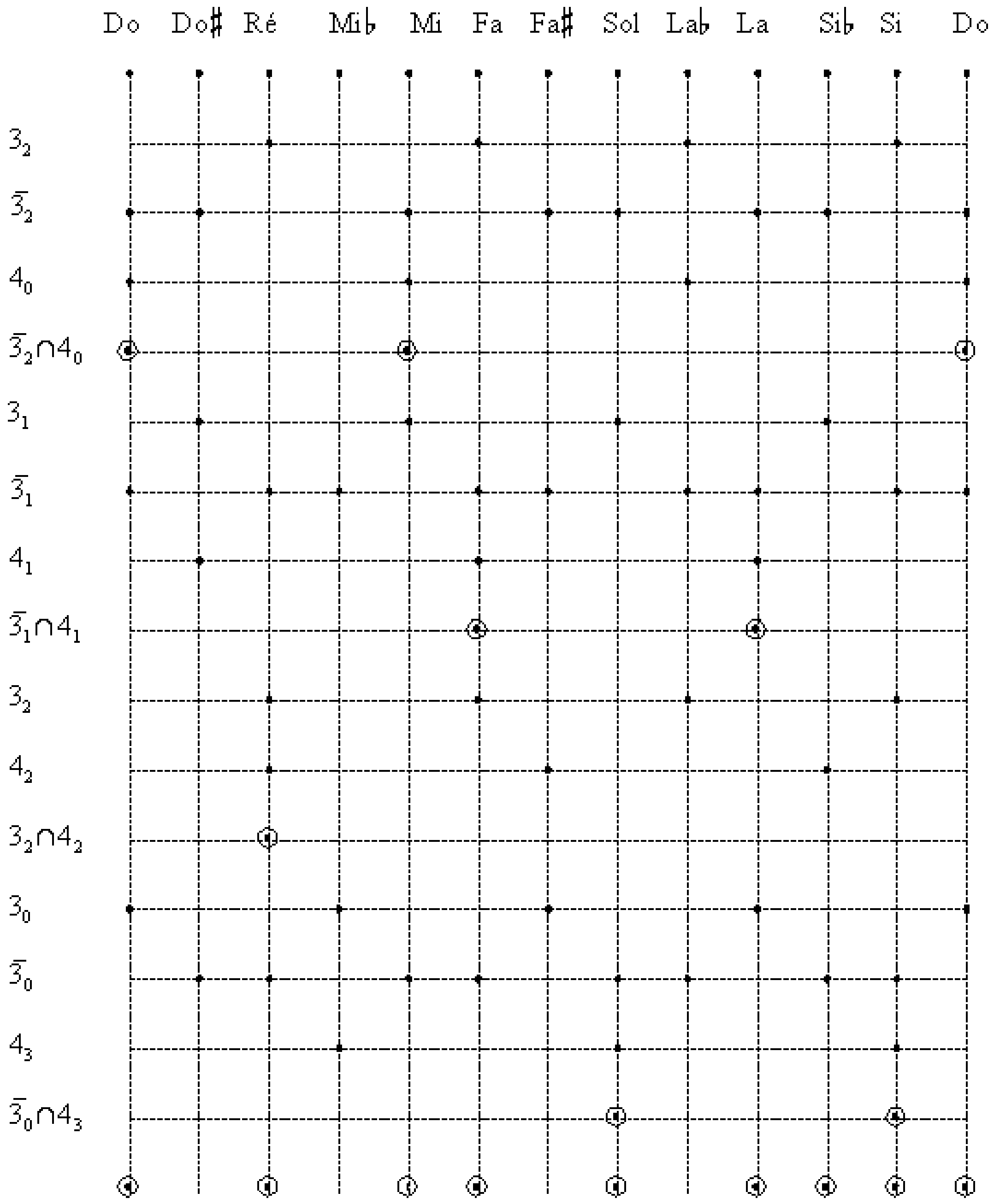
pour $G_k^3 \begin{cases} \textit{classe}\,0 & \textit{modulo}\,4 & \textit{notée}\,4_0 \\ \textit{classe}\,1 & \textit{modulo}\,4 & \textit{notée}\,4_1 \\ \textit{classe}\,2 & \textit{modulo}\,4 & \textit{notée}\,4_2 \\ \textit{classe}\,3 & \textit{modulo}\,4 & \textit{notée}\,4_3 \end{cases}$

pour $G_k^6 \begin{cases} \textit{classe}\,0 & \textit{modulo}\,6 & \textit{notée}\,6_0 \\ \textit{classe}\,1 & \textit{modulo}\,6 & \textit{notée}\,6_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \textit{classe}\,5 & \textit{modulo}\,6 & \textit{notée}\,6_5 \end{cases}$

Le treillis correspondant est symbolisé fig 1.4.

Nous verrons que cette nouvelle notation est riche de conséquences, car elle donne un nouveau degré de liberté (le modulo-n) qui permet de ne pas borner le formalisme aux échelles modulo-12 c'est-à-dire aux échelles dont la structure interne est répétitive d'une octave à l'autre.

Fig 1.4 La gamme de do majeur reconstruite à partir des classes de résidus

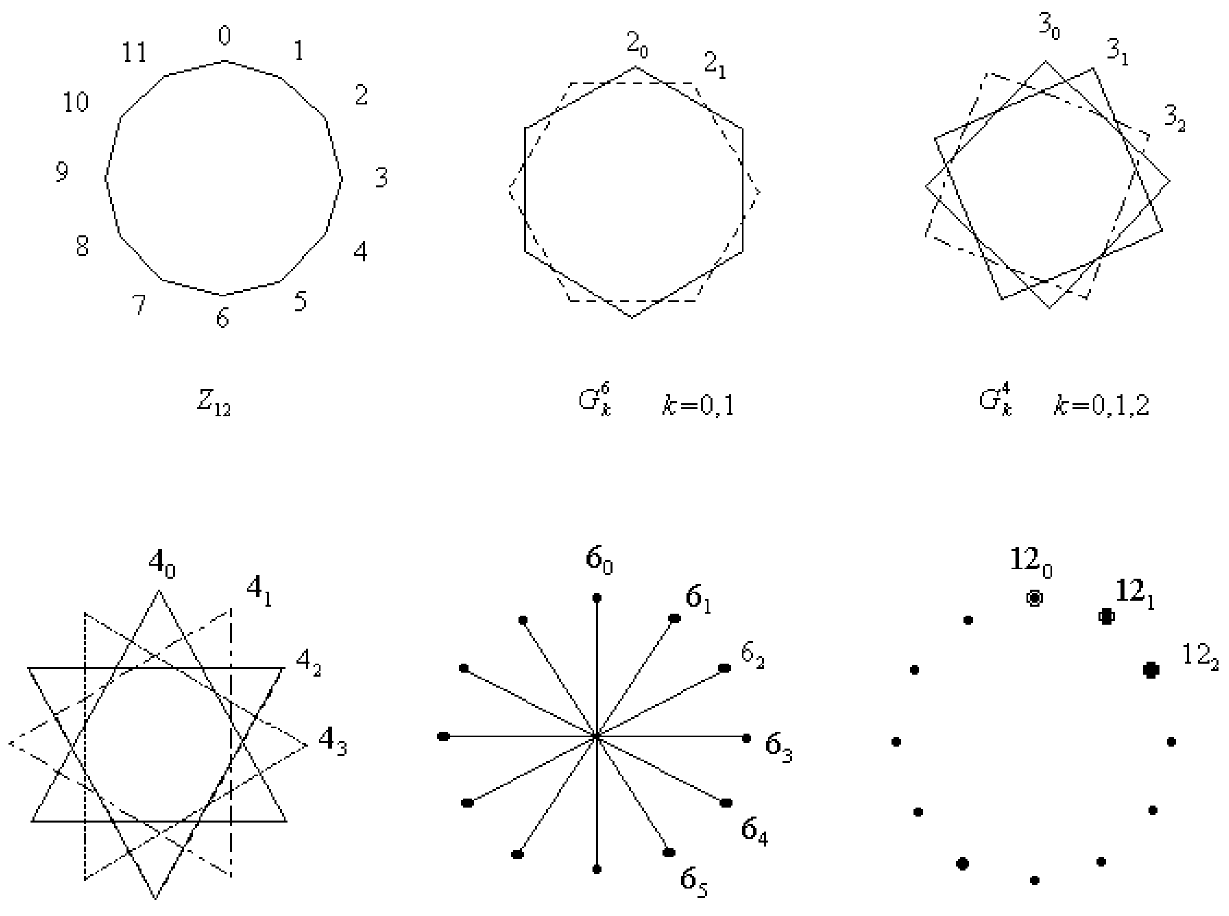


$$(\bar{3}_2\cap 4_0)\cup(\bar{3}_1\cap 4_1)\cup(3_2\cap 4_2)\cup(\bar{3}_0\cap 4_3)$$

Xenakis a fait l'exercice de formaliser la gamme majeure à partir d'opérations logiques sur les cribles, ce qui donne (fig 1.3)

$$(\bar{3}_2\cap 4_0)\cup(\bar{3}_1\cap 4_1)\cup(3_2\cap 4_2)\cup(\bar{3}_0\cap 4_3)$$

Fig 1.3 Les sous-groupes de Z_{12}



Z_{12} $\quad$ $G_k^6 \quad k=0,1$ $\quad$ $G_k^4 \quad k=0,1,2$

$G_k^3 \quad k=0,1,2,3$ $\quad$ $G_k^2 \quad k=0,1...5$ $\quad$ $G_k^1 \quad k=0,1...11$

$$
\begin{tikzcd}
& Z_{12} \arrow[dl] \arrow[dr] & \\
\{ 2_0, 2_1 \} \arrow[d] \arrow[drr] & & \{ 3_0, 3_1, 3_2 \} \arrow[d] \\
\{ 4_0, 4_1, 4_2, 4_3 \} \arrow[dr] & & \{ 6_0, 6_1, 6_2, 6_3, 6_4, 6_5 \} \arrow[dl] \\
& \{ 12_0, 12_1 .... 12_{11} \} &
\end{tikzcd}
$$

<u>Treillis</u> (sous-groupes symétriques)

ainsi que toute une série d'échelles à micro-intervalles de la musique byzantine. [5.7].

Bien qu'elle ne corresponde pas au langage traditionnel, nous établirons dorénavant une distinction entre

un mode : échelle construite exclusivement à partir de la réunion de sous-groupes de $\mathbb{Z}_{12}$ combinant ainsi leurs propriétés de symétries

et une gamme, dont les dissymétries internes nécessitent pour sa description l'usage des autres opérations logiques.

Un exemple d'application : les modes à transpositions limitées de Messiaen.

Messiaen a exposé [5.2] sans la formaliser la structure musicale des modes qu'il utilise constamment dans son oeuvre, et qu'il a baptisés modes à transpositions limitées parce que, à cause de symétries internes, on ne peut les transposer 12 fois sans retomber sur les mêmes sous-ensembles.

L'utilisation de l'opération union entre classes de résidus à modulo n (n = 2, 3, 4 ou 6) permet de les formaliser aisément.

Le **premier mode** est en fait la gamme par tons de Debussy. Elle n'a que 2 transpositions, 2_0 et 2_1 et c'est le seul mode à être un sous-groupe de $\mathbb{Z}_{12}$ (voir plus haut). Debussy l'a utilisé constamment, soit pour « noyer la tonalité » soit comme mode en soi.

Sous cette dernière forme, citons le célèbre Préludes « *Voiles* », deuxième des 24 Préludes pour piano, qui ne fait appel qu'au mode 2_0 ,à part 5 mesures centrales de climax, fondées sur la gamme pentatonique. (cette gamme, selon la définition précédente, est l'une des échelles historiquement les plus répandues, de la musique chinoise aux folklores africains. Dans « *Voiles* », Debussy l'utilise dans la transposition qui ne fait appel qu'aux touches noires du clavier.)

Le **deuxième mode** est formé par l'union de 2 des 3 classes de résidus à base 3.

D'après la formule des combinaisons $C_3^2=3$, il n'en existe que 3 transpositions distinctes :

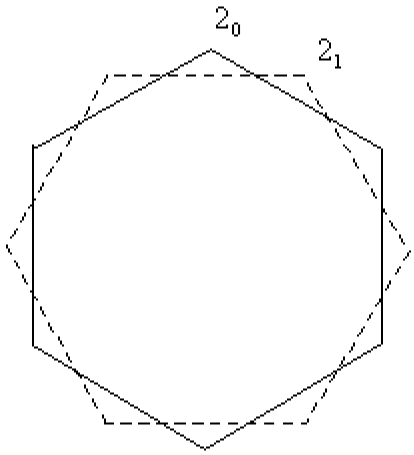
$M_2^1=3_0\cup 3_1$ (1ère transposition de Messiaen)

$M_2^2=3_1\cup 3_2$ (2ème transposition de Messiaen) fig 1.5

$M_2^3=3_0\cup 3_2$ (3ème transposition de Messiaen)

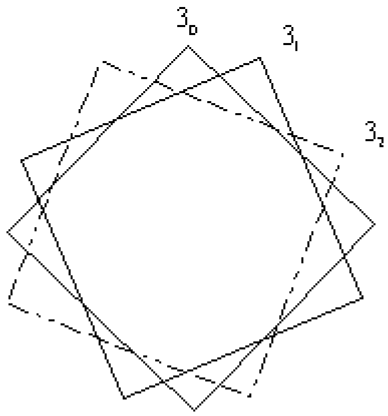
Fig 1.5 1er, 2ème et 3ème modes

Classes de résidus base 2



1er mode de Messiaen
Gamme par ton (6 notes) 2 transpositions

Classes de résidus base 3

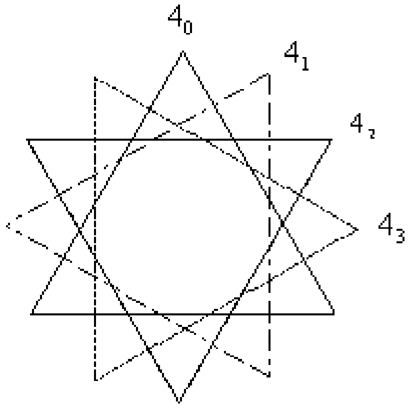


2ème mode de Messiaen (8 notes)
combinaison de 3 classes base 3 2 à 2

3 formes :

1ère transposition	$3_0 \cup 3_1 = \overline{3}_2$
2è transposition	$3_1 \cup 3_2 = \overline{3}_0$
3è transposition	$3_0 \cup 3_2 = \overline{3}_1$

Classes de résidus base 4



Remarque : $4_0 \cup 4_2 = 2_0$ $4_1 \cup 4_3 = 2_1$

3ème mode de Messiaen (9 notes)
combinaison de 4 classes base 4 3 à 3

4 formes :

3è transposition	$4_0 \cup 4_1 \cup 4_2 = \overline{4}_3$
2è transposition	$4_0 \cup 4_1 \cup 4_3 = \overline{4}_2$
1ère transposition	$4_0 \cup 4_2 \cup 4_3 = \overline{4}_1$
4è transposition	$4_1 \cup 4_2 \cup 4_3 = \overline{4}_0$

Musicalement, sa structure fondée sur la réunion de 2 accords de 7ème diminuée et le fait que $M_1^i = M_1^{i+3}$ en font un mode particulièrement ambigu, en effet

$$H_0, K_0, H_3, K_3, H_6, K_6, H_9, K_9 \subset M_1^1$$

et Messiaen a joué de cette quadruple ambiguïté tonale.

Les exemples d'utilisation du 2ème mode abondent dans son oeuvre ; citons au hasard les sections principales de l'un des préludes pour piano de 1930, *Le Nombre Léger*. Mais Debussy en avait déjà fait un emploi intuitif, voir par exemple l'avant-dernière section (mesures 31 à 37) du 13ème prélude pour piano, *Brouillards*, construit sur M_2^3 puis sur M_2^2 (fig 1.7).

Figure I.7 Utilisation du mode M_2^3 par Debussy.
Extrait de Brouillards - Préludes 2e cahier

On en trouve même deux formes en superposition M_2^2 et M_2^1 (pédale harmonique), selon une technique familière à Messiaen, dans le 14ème prélude, *Feuilles mortes* (mesures 25 à 30). (fig 1.8)

**Figure I.8 Superposition des modes M_2^2 et M_2^1 chez Debussy
Extrait de Feuilles mortes, Préludes, 2e cahier**

En fait , ce mode et ses répétitions internes était déjà latent dans le style du 19ème siècle. On le trouve par exemple sous forme M_2^2 dans une transition de la *1ére Ballade* de Chopin (mes 130 à 133. fig 1.6)

**Figure I.6 Citation du 2e mode par Chopin.
1ère Ballade Op. 23 mes. 129 à 134**

Le **troisième mode** est formé par l'union de 3 des 4 classes de résidus à base 4, soit 4 transpositions ; en effet $C_4^3=4$

$M_3^3=4_0\cup 4_1\cup 4_2$ (3ème transposition de Messiaen)

$M_3^2=4_0\cup 4_1\cup 4_3$ (2ème transposition de Messiaen)

$M_3^1=4_0\cup 4_1\cup 4_3$ (1ère transposition de Messiaen)

$M_3^4=4_1\cup 4_2\cup 4_3$ (4ème transposition de Messiaen)

Avant de poursuivre, on peut utiliser une relation simple :

Les cribles de base à modulo 12 sont de 4 types

C_k où $C=2,3,4,6$ et $k=1,2,\ldots C-1$

On a $C_k=\overline{C_{(k+j)}}$ $j=1,2,\ldots C$ (k+j) modulo C

d'où :

$M_2^1=\overline{3}_2$ $M_2^2=\overline{3}_0$ $M_2^3=\overline{3}_1$

$M_3^3=\overline{4}_3=2_0\cup 4_1$

$M_3^2=\overline{4}_2=2_1\cup 4_0$

$M_3^1=\overline{4}_1=2_0\cup 4_3$

$M_3^4=\overline{4}_0=2_1\cup 4_2$

Ces relations mettent en évidence les symétries internes sur lesquelles il est possible de jouer, c'est-à-dire les parties communes à 2 modes, par exemple : $M_3^1\cap M_3^3=2_0$

on retrouvera fig 1.9 la représentation des

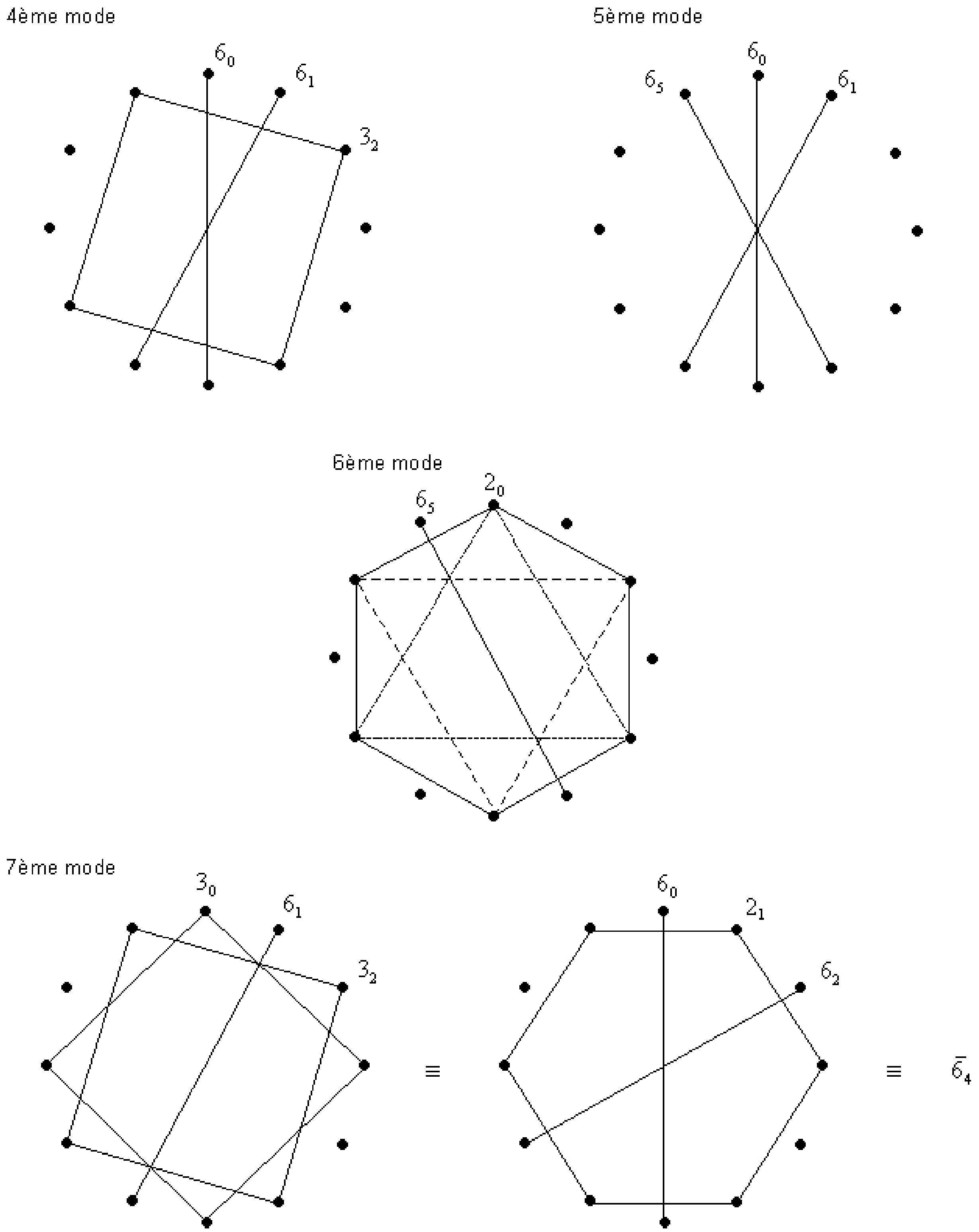
4ème mode (8 notes) $M_4^1=3_2\cup 6_0\cup 6_1$ 6 transpositions

5ème mode (6 notes) $M_5^1=6_0\cup 6_1\cup 6_5=\overline{M_5^4}$ 6 transpositions

6ème mode (8 notes) $M_6^1=2_0\cup 6_5=4_0\cup 4_2\cup 6_5$ 6 transpositions

7ème mode (10 notes) $M_7^1=3_0\cup 3_2\cup 6_1=6_0\cup 6_2\cup 2_1=\overline{6_4}$ 6 transpositions

Fig 1.9 4ème, 5ème, 6ème, 7ème modes



On voit que les interférences directes entre les bases 3 et 4 ne sont pas utilisées (seul le 6ème mode établit la communication par l'intermédiaire de 2_0 .

En effet : $2_1 \cup 6_5 = 3_2 \cup 4_0 \cup 4_2 \quad = 2_0 \cup 3_2$

C'est le mode que j'ai utilisé moi-même dans *Dualités* pour violon et piano (1964)

Le principe commun de ces modes est d'introduire des dissymétries partielles dans une organisation symétrique à base 12.

Les échelles à congruence différente de 12 (modes courbes)

On a vu que la formalisation précédente utilisait uniquement les cribles sous-groupes de Z_{12} (c'est-à-dire musicalement sous-multiples de l'octave).

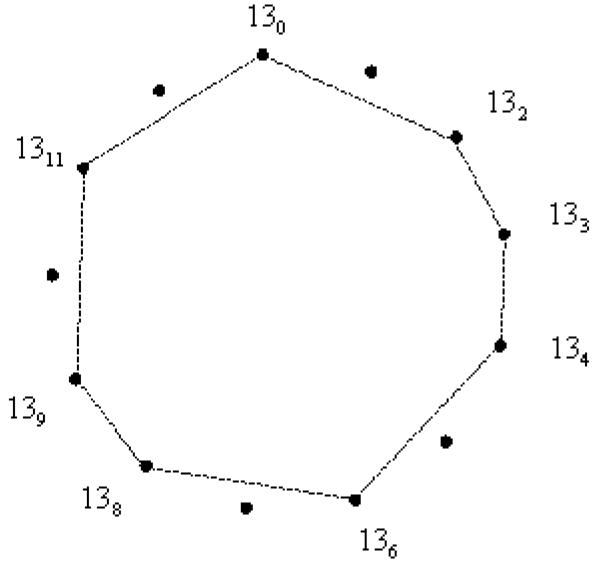
Imaginons maintenant qu'on utilise les cribles à base non sous-multiple de 12 (modulo 5,7,8, etc.)

On pourra le faire de différentes manières.

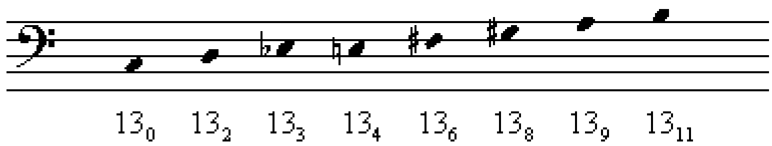
1- Modes « courbes »

On devra « initialiser » les cribles, c'est-à-dire fixer une hauteur de référence relative à chaque crible utilisé. Si l'on utilise par exemple la réunion de cribles à base 13 dans le système à 12 sons (octave + ½ ton), on obtiendra un « mode » dont les rapports d'intervalles fixes s'élèveront d'un demi-ton à chaque nouveau cycle (le système devient en effet cohérent modulo-13).L'échelle résultante est donc fonctionnellement modulante. (voir fig 1.10 le mode utilisé dans « *Jubilation heuristique* » Riotte 1968).

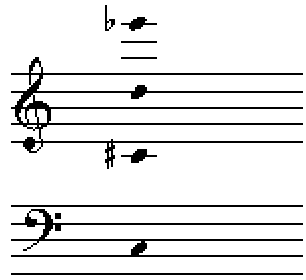
Fig 1.10 Echelle non octaviante à congruence modulo 13



Bornes inférieures



Classe de résidus modulo 13
pour le 1er terme



(Jubilation Heuristique Riotte 1968)

On décrira le mode de la manière suivante : $F(13)=\overline{13_1\cup 13_5\cup 13_7\cup 13_{10}\cup 13_{12}}$

Notation plus économique

On distinguera dans les modes courbes :

les modes <u>convexes</u> (à répétitivité supérieure à 12)

lesmodes <u>concaves</u> (à répétitivité supérieure à 6 et inférieure à 12)

2- Echelles non-congruentes

Observons d'abord qu'on peut distinguer 2 sortes de cribles non-réductibles à l'octave :

Ceux dont le modulo est un nombre premier (5, 7, 11, 13 etc)

Ceux dont le modulo est un multiple des bases 2, 3, 4, 6 réductibles à l'octave

Alors que les premiers énoncent la totalité des degrés modulo-12 si l'on considère une étendue théorique non limitée à l'aire audible :

5 représentant le cycle des quartes

7 représentant le cycle de quintes, etc.

Les seconds ne parcourent qu'un sous-ensemble du sous-groupe dont leur modulo est un multiple ;

$8_{(0)}$ sixte mineure $8_0 \subset 4_0$

$9_{(0)}$ sixte majeure $9_0 \subset 3_0$ ... etc.

Cette particularité, qui découle des propriétés des entiers eux-mêmes, permet de prévoir « auditivement » leur contribution dans un échelle non-répétitive.

On conçoit aisément en tout cas, étant donné leur périodicité étendue sur un grand nombre d'octaves, que des opérations logiques sur plusieurs d'entre eux constituent des échelles cohérentes et pourtant non-répétitives sur toute l'aire audible. Cette propriété, riche de possibilités, a été utilisée entre autre par Xenakis et moi-même.

Commentaire :

La formalisation d'échelles par cribles implique un tempérament. Si ce tempérament est bâti sur l'octave, et comporte n degrés ramenés dans l'ambitus d'octave par injection (modulo-n).

- Si n est premier, tous les cribles parcourent l'entièreté des degrés ramenés dans l'ambitus d'octave par injection modulo-n.

- Si n n'est par premier, alors

$n = k^{\alpha} . 1^{\beta} . m^{\gamma} \cdots$ k, l, m premiers α, β, γ entiers positifs.

Et les cribles construits sur les degrés de l'échelle se partagent en 2 sous-classes

La sous-classe des cribles dont le modulo est premier avec n ; ceux-ci couvrent l'entièreté des degrés ramenés dans l'ambitus d'octave par injection

Sous-classe 1 : 5,7,11,13,...

La sous-classe des cribles bâtis sur une combinaison incomplète des composants premiers de n et leurs multiples ; ceux-ci ne couvrent qu'un sous-ensemble des degrés injectés dans l'octave.

Sous-classe 2 : 2,3,4,6,8,9,10,14, ...

$n=12=2^2.3$

$n=18=2^3.3^2$

$n=24=2^3.3$

$n=36=2^2.3^2$

$n=54=2.3^3$

Bien noter que si les sous-classes sont les mêmes quelle que soit l'unité choisie (demi-ton, quart de ton, etc.), elles ne correspondent pas aux mêmes degrés de l'échelle.

Échelles partiellement congruentes. Un exemple tiré de Nomos Alpha *(Xenakis)*

Dans son article «Vers une métamusique » [5.7], Xenakis fait allusion à une structure « hors-temps » fondée sur des propriétés particulières de classes de résidus choisies.

Soit l'ensemble P des classes de résidus k_m modulo-r fondées sur les entiers naturels P_i premiers avec r

$P_i \in P \subset \mathbb{Z}$

on a $x_m = P_i \ (mod\, r) = p_i + k_m \times r \ \ k_m \in \mathbb{Z}$ (entiers relatifs)

D'où

$$\begin{aligned} x_m \cdot x_n &= (P_i + K_m \cdot r)(p_j + k_n \cdot r) \\ &= P_i \cdot P_j + A \cdot r \\ &= P_i \cdot P_j (mod\, r) \qquad A \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

Vis-à-vis de l'opération multiplication avec réduction modulo-r, les x_m forment un groupe commutatif fini fermé sur lui-même, c'est-à-dire que leurs produits ne sortent pas de l'ensemble.

Si l'on prend par exemple $r=18=2^2 \cdot 3$, on aura P = {1,5,7,11,17,...}

En effet, on aura :

$5\times7=35=17 \ (mod\ 18)$

$11\times11=121=13 \ (mod\ 18)$ etc.

Xenakis a utilisé cette propriété dans « *Nomos Alpha* » pour violoncelle seul, dont il expose le formalisme détaillé dans son article « Vers une philosophie de la musique » [5.8]

Il construit une famille de cribles composés à partir d'une expression fonction $\overline{L}(p_i\, p_j)$ fondée sur des opérations logiques entre deux cribles formant un couple $(p_i\, p_j)$

Soit pour la fonction de départ :

$$\overline{L}(11,13)=(\overline{13_3\cup13_5\cup13_7\cup13_9}\cap11_2)\cup((\overline{11_4\cup11_8})\cap13_9)\cup(13_0\cup13_1\cup13_6)$$

Les classes de résidus sont construites à partir de l'unité quart de ton. Il obtient ainsi une échelle non-répétitive en quarts de ton (fig 1.11).

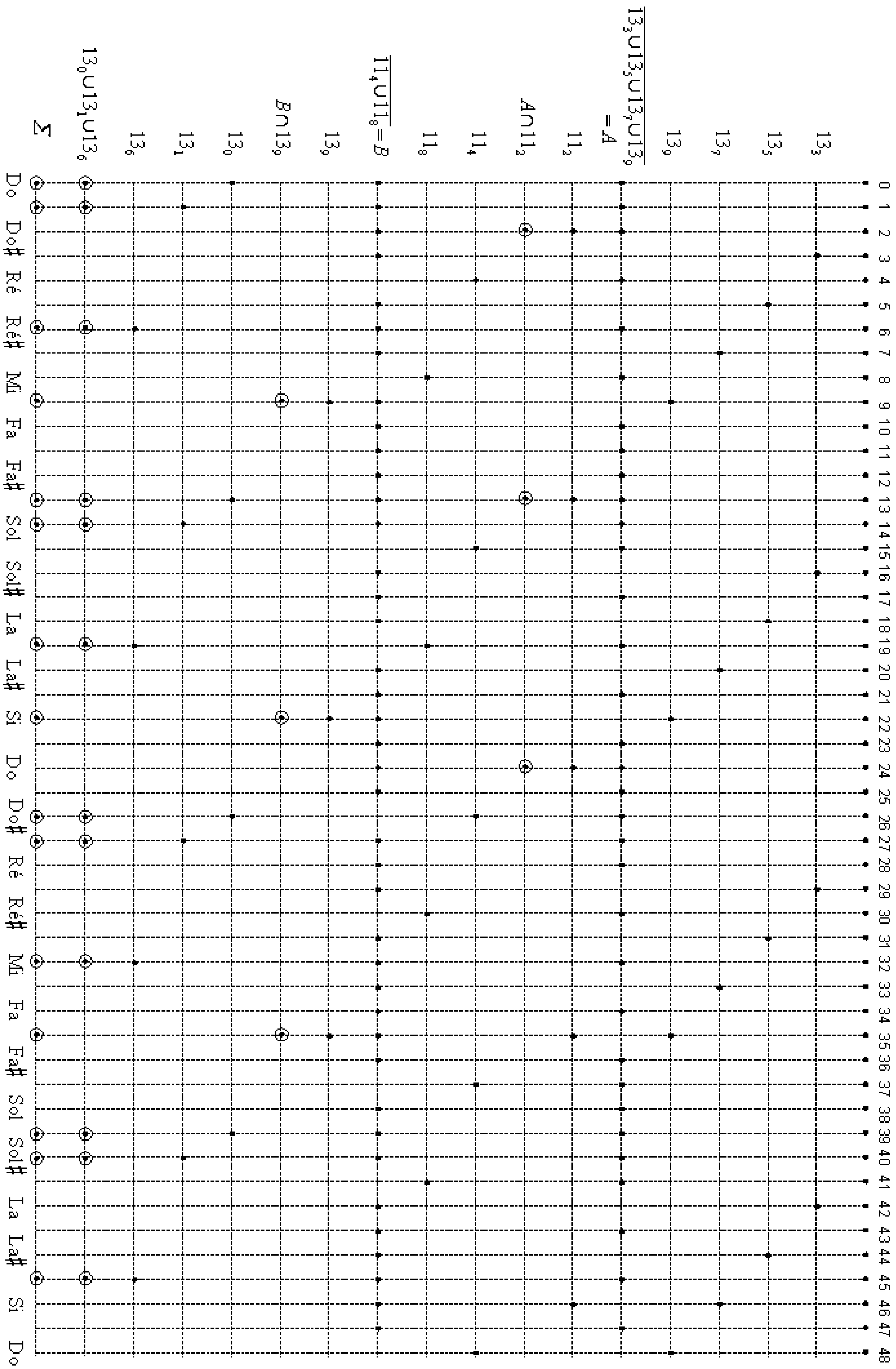


Fig 1.11 Première échelle non répétitive en quarts de ton de *Nomos Alpha* (Xenakis)

Sans en faire une analyse musicale poussée, on peut commenter la démarche de sa conception :

écrivons pour alléger

$\overline{13_3 \cup 13_5 \cup 13_7 \cup 13_9} = \overline{A_{13}}$

$\overline{11_4 \cup 11_8} = \overline{B_{11}}$

$13_0 \cup 13_1 \cup 13_6 = C_{13}$

la fonction L (ll, 13) s'écrit

$L(11,13) = (\overline{A_{13}} \cap 11_2) \cup (\overline{B_{11}} \cap 13_9) \cup C_{13}$

Des 3 termes qui la forment, c'est le terme 3 qui fournit le tissu principal de l'échelle modulo-13 (une quinte moins ¼ ton) ; ce terme représente un mode courbe « convexe » (voir définition fig 1.11 de même principe que le mode de « *Jubilation heuristique* » mais dans l'univers des quarts de ton. Dans l'étendue modulo-26 (octave + demi-ton), il est constitué de 2 sous-ensembles :

accord parfait mineur

accord de 7ème diminuée à 3 sons (décalé d'un quart de ton supérieur par rapport à l'origine).

Le terme 2 ajoute un crible modulo-11 oblitéré par un masque modulo-13 $\overline{A_{13}}$.

Il s'agit donc d'un mode courbe convexe complexifié par des ajouts modulo-13 et modulo-11, intermédiaire entre le mode courbe et l'échelle totalement non-répétitive.

Xenakis construit à partir d'une fonction plus générale

$L(p_i, p_j) = (\overline{A_{p_j}} \cap p_i) \cup (\overline{B_{p_i}} \cap p_j) \cup C_{p_j}$

un graphe parcourant les permutations des p_i dans la fonction L selon un parcours obligé qui constitue ce qu'il appelle une métabole, combinaison de glissements cycliques des indices de cribles (transpositions) et de modifications de modulos (modulation).

*Échelles totalement non-congruentes. Un exemple tiré d'*Anamorphoses (Riotte 77)

Passant à la limite, les modes courbes ayant encore un lointain parfum de fonction tonale, il est possible de définir un univers « hors-temps » cohérent et n'ayant plus trace de répétitivité.

A partir d'un ensemble de cribles à bases supérieure à 6, et supposée fournie une origine (voir fig 1.12) , il est possible de définir à partir de $\mathbb{Z}_{12}$ des sous-ensembles ayant entre eux des relations logiques auditivement « sensibles ».

Constitution du couple mémoire (a_2^2) - oubli (a_2^1)
Il s'agit d'obtenir deux échelles de hauteurs issues de la même organisation et n'ayant aucune note commune :

$a_2^2 = 8_7 \cup 10_6 \cup 13_6$
$k = 10_1 \cup 11_2 \cup 14_3$ d'où $a_2^1 \cap a_2^2 = \varnothing$
$a_2^1 = k - (a_2^2 \cap k)$

Figure I.12 Utilisation d'échelles non-répétitives

J'avais besoin pour la conception de l'oeuvre de définir 2 sous-ensembles complémentaires interprétant l'aura sémantique du couple mémoire-oubli [5.14].

Tous les sous-ensembles de l'oeuvre sont construits à partir des cribles de 7_i à 14_j (univers du demi-ton).

Ici $M=10_6 \cup 8_7 \cup 13_6$

Si l'on définit l'opération

$K=10_1 \cup 11_2 \cup 14_{13}$, elle a des éléments communs avec M, soit $M \cap K$

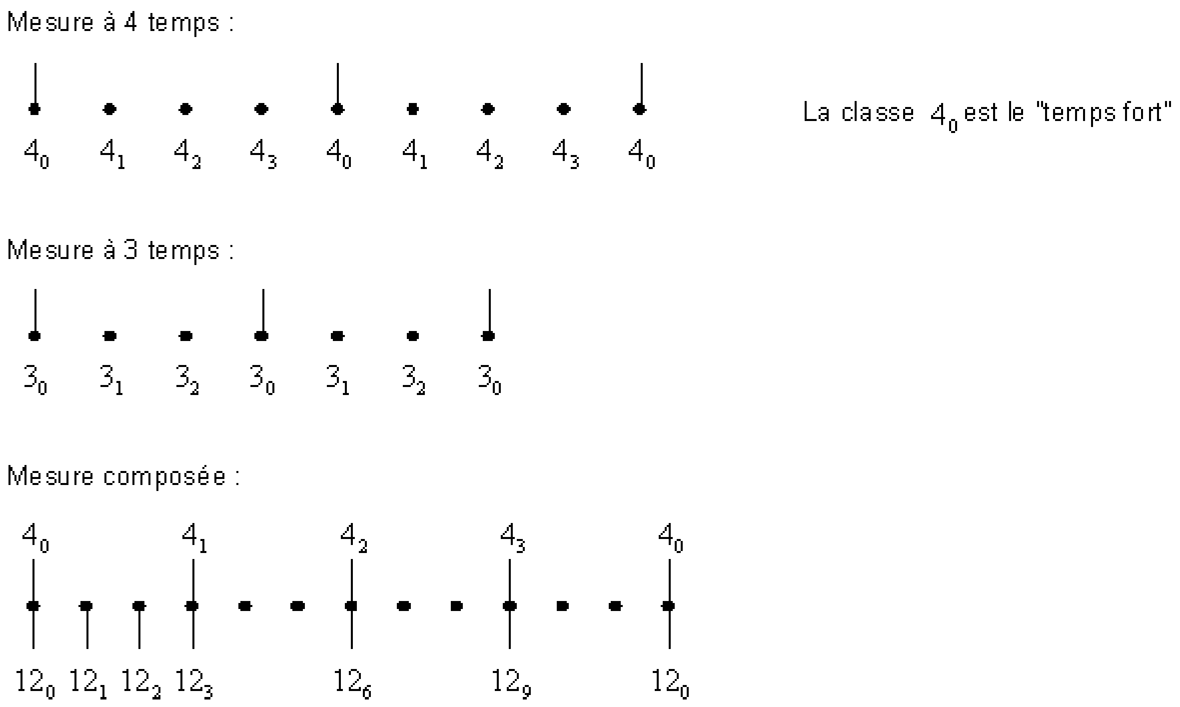
Pour obtenir un sous-ensemble J tel que $M \cap J = \emptyset$,il suffit d'appliquer l'opération logique

$J=K-(M \cap K)$.

Formalisation des durées

Dans la musique occidentale, mis à part certains phénomènes isolés (l'isorythmie), les durées sont restées, quant à un formalisme, cantonnées dans un monde élémentaire jusqu'au XXe siècle. Monde essentiellement articulé à partir d'une subdivision régulière du temps objectif à base binaire-ternaire, pourvu d'une hiérarchie (temps forts-temps faibles) descriptible à partir des classes de résidus (fig 1.13).

Fig 1.13 La congruence appliquée aux tempos traditionnels



Ce n'était pas vrai en revanche pour les musiques orientales. Il suffit de rappeler le réseau de symboles attachés aux figures rythmiques de la musique hindoue, figures chères à Olivier Messiaen par exemple.

Toutefois, on doit reconnaître que le temps « non-mesuré » (c'est-à-dire la suspension de la métrique) a toujours été présent, bien que de manière très sporadique, dans l'histoire musicale de la période classique.

Voir par ex.

Rameau : Prélude du 1er recueil de précis pour clavecin. fig 1.15 fluctuations libres préalables à un tempo fixe.

Mozart : *Capriccio* KV 395 – fig 1.16. Style improvisé.

Beethoven : *Adagio grazioso* de la 16ème sonate pour piano (op31 n°1) fig 1.17 suspension du temps (point d'orgue) efflorescence à l'intérieur d'une échelle.

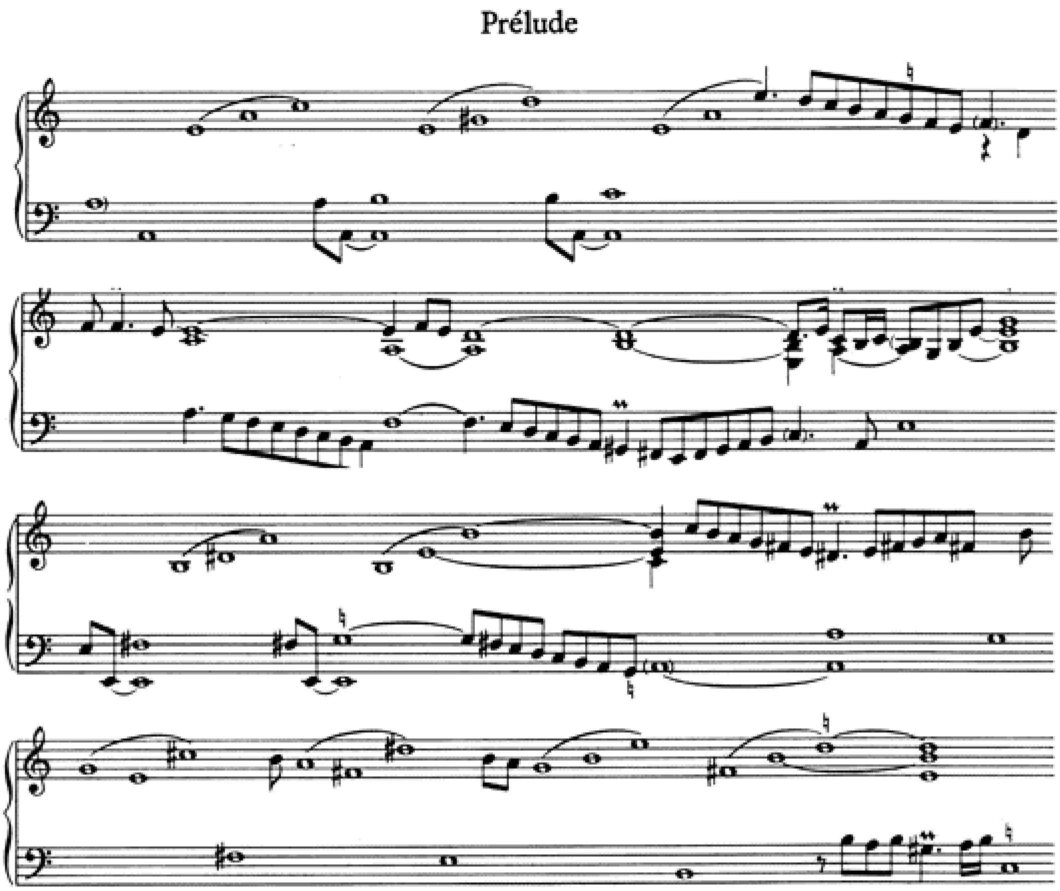


Figure I.15 Rameau, Prélude du 1er livre de pièces pour clavecin (1706)

Figure I.16 Mozart, Début du Capriccio pour piano KV 395

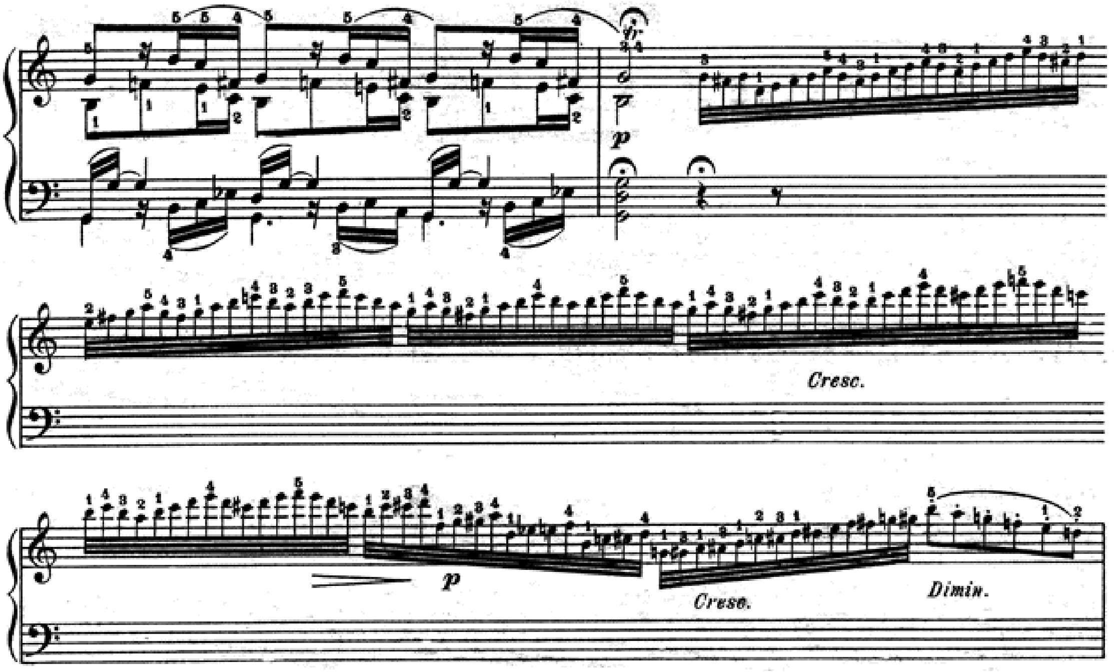


Figure I.17 Beethoven, Extrait de l'Adagio Grazioso de la 16e sonate pour piano Op. 31 n°1

D'autre part, la période romantique a introduit l'idée du rubato, c'est-à-dire d'une modulation subjective de la pulsation (contraction-dilatation) et non d'une exploration véritable des nombres réels.

Quant à la possibilité du jeu parallèle de classes de résidus premières entre elles, on en trouve aussi des traces lointaines dans le « 3 contre 2 » (ex: 10ème pièce des *Danses des Compagnons de David*) (fig 1.14) R. Schumann p 25 partition.

Figure 1.14 Exemple de "3 contre 2" fonctionnel.
Début de la pièce X, Davidsbündlertänze, Schumann

Le véritable langage des durées se situe au niveau immédiatement supérieur de la concaténation de valeurs entières, c'est-à-dire l'un des matériaux compositionnels, par opposition à ce que j'ai appelé « l'espace musical » préalable (échelles pour les hauteurs, métrique pour les durées).

Les matériaux, fondés sur des proportions généralement arithmétiques, devaient dans la période classique répondre lors de leur actualisation à une dialectique tension-détente, schématisée par l'alternance de « rythmes masculins » (accent tonique sur le dernier temps fort) et de « rythmes féminins » (accent tonique suivi d'une désinence sur le temps fort suivant).

Ils entraient dans la définition des éléments d'une morphologie et d'une syntaxe aux règles implicites, à laquelle se référait l'articulation dynamique, découpée en phrases, sections, etc...

Toutefois, il faut remarquer que l'existence de règles formelles élaborées, comme celles de l'imitation stricte (voir par exemple la 2ème Invention à 2 voix en ut mineur de J.S. Bach) et de la fugue introduisait déjà une notion abstraite d'interaction de structures, non pas seulement dans la succession, mais également dans la simultanéité (sujet-réponse) impliquant la possibilité d'une dissociation acoustique des composantes instantanées du message beaucoup plus fines que ne le permettrait l'analyse physique même poussée du phénomène sonore. D'une part, l'idée même de « voix », dont l'origine humaine est claire, supposait cette distinction fondée à l'origine sur la perception de sources simultanées caractérisées par des timbres, cette caractérisation s'étant progressivement réduite à la notion beaucoup plus floue et abstraite d'étagement de bandes de fréquences (tessitures) au sein d'une famille de timbres homogènes (clavecin).

D'autre part, cette simultanéité était la reconnaissance implicite de catégories de temps distinctes selon les sources sonores, un même « sujet » (au sens de la fugue) pouvant se trouver dans plusieurs voix à des stades différents d'évolution.

Il est juste de remarquer que cette caractéristique du langage contrapuntique, très élaborée dans le langage de J.S Bach, et spécifique à la musique occidentale, n'a pas continué à évoluer dans ce sens.

En revanche, le phénomène de la répétition est l'une des bases structurelles universelles de la musique, et mérite à ce titre quelques réflexions élémentaires.

La répétition

La répétition, au sens musical le plus large, est la ré-émission d'un même phénomène sonore.

On distingue provisoirement plusieurs niveaux de répétition, liés à la complexité du phénomène répété, et aux circonstances de la répétition. Ce sont ces problèmes qui font l'objet du présent chapitre.

Niveau global :

> répétition d'une « oeuvre » musicale : pose des problèmes de situation dans l'espace et le temps, de la mémorisation globale au niveau du récepteur, et donc de la signification même du fait musical : la partition comme message symbolique, le mythe de l'identité.

Niveaux structurels internes :

> la <u>section</u> : illustrée par la reprise (menuet ou rondo de sonate sont les exemples les plus significatifs)

> la <u>phrase ou le membre de phrase</u> : illustré dans un passé proche par une caractéristique du langage de Debussy, analysée par Nicolas Ruwet (Note sur les duplications dans l'oeuvre de Claude Debussy in [5.9].

> le <u>motif</u> : illustré aujourd'hui par le groupe de répétitifs américains (voir le dossier dans la revue Musique en jeu N°26, en particulier l'article « Musique répétitive » d'Ivanka Stoianova (1.15).

Niveau élémentaire :

Répétition d'une « molécule » sonore (élément ayant une réalité physique, et donc pourvu de tous ses paramètres : note au sens élargi)

pose le problème de la périodicité, c'est-à-dire d'une métrique des durées avec pour corollaire toute la métrique de l'espace musical, dont l'axiomatique a été posée par Xenakis, s'inspirant de l'axiomatique des nombres de Peano [5.7].

Ces 3 niveaux posent des problèmes structurels de fond qu'on abordera plus loin.

On se bornera ici à quelques réflexions sur ces derniers niveaux. Observons d'abord que dans la mesure où l'art cherche à mettre à jour des relations entre catégories conceptuelles jusque là distinctes, la répétition est la première opération fonctionnelle, historiquement parlant.

Or tout formalisme est construit sur les mêmes concepts : définition de catégories d'objets liés par l'identité ou par des relations (opérateurs)

A noter que tous les formalismes mathématiques ont considéré le temps comme une catégorie à part (la variable « indépendante »). Il faut attendre les théories relativistes et les recherches physiques « unitaires » pour que « l'espace-temps » soit considéré comme un milieu homogène.

Un fait musical devant transmettre ses catégories en même temps que son « message », il est naturel que la répétition soit une opération de base.

Une répétition d'<u>objets</u> (sons) est la définition <u>de fait</u> d'un ensemble (fermé ou ouvert)

échelles

sous-ensembles

sous-groupes

Même la <u>série</u>, présentée comme une préoccupation de non-répétition, est basée sur la répétition de <u>relations</u> (abstraites). Elle peut être poussée sur une notion d'<u>ordre</u> à la fois sur les objets et leurs relations (cycles équilibrés, voir chapitre 2).

Il pourrait être intéressant, en analyse formalisée, de chercher une mesure des catégories, notions et opérateurs qu'une « œuvre musicale » utilise, indépendamment de la mise en œuvre des opérations elles-mêmes.

Elle peut être basée sur :

L'identité totale (vue de l'esprit : « toutes choses égales d'ailleurs » le récepteur humain aura varié)

L'identité de certains composants

l'analogie (impression globale que deux phénomènes sont proches. Ex : nuage de points de même répartition statistique à l'intérieur d'une même durée donnée.)

Après avoir insisté sur la répétition ou la répétitivité, l'invention a cherché à mettre en évidence son complément, l'irreproductibilité :

au niveau des sons (utilisations nouvelles des instruments traditionnels, stochastique et nuages de points, synthèse de sons nouveaux).

de l'espace des sons (l'approche du continu par les glissandi)

des structures

oeuvres ouvertes

cybernétique des formes

êtres musicaux

On peut ainsi schématiser les deux démarches :

Invariants $\rightleftarrows$ diversité

On peut alors contester la nécessité d'une formalisation ; cependant l'expérience montre que la recherche volontaire de la diversité maxima a conduit à la perception de fait de catégories élémentaires d'invariants (ex impression d'équirépartition statistique des sons au sein de certaines œuvres de l'école sérielle).

Les notions de répétitivité, de répétitivité régulière (fréquence) sont des formalisations, des métriques centrées sur la mise en évidence de la variable temps à partir de la mesure (objectivation).

Retour à la formalisation

Boulez [5.5] distingue temps pulsé et temps amorphe, qu'on pourrait décrire en première approximation à partir de proportions d'entiers naturels ou de rationnels (réels...)

Cependant, cette distinction ne rend pas compte de la perturbation apportée dans le langage des durées par Stravinsky, dont Boulez a pourtant développé une analyse fouillée du *Sacre du Printemps* qui a fait date [5.6].

Or si les deux « prises de conscience » du temps pré-existaient dans la période classique, c'était plus sous la forme d'un temps mesuré et d'un temps non-mesuré, la seconde analyse se faisant à travers la prise de conscience d'un temps individuel (celui de l'interprète) jouant fonctionnellement en général sur la dilatation d'une périodicité, pouvant aller jusqu'à la suspension (point d'orgue).

Il s'agit donc d'une modulation de périodicité, dont le rubato est une variante limitée.

En revanche, même dans les langages d'origine folklorique introduisant des subdivisions premières avec le binaire (5,7,11, analysés en général par des additions de 2 et 3), la fonction du temps fort n'était que rarement contredite ; la classe de résidus privilégiée gardait sa fonction tout au long du déroulement.

C'est cette contradiction permanente qu'a instituée Stravinsky, sans pour autant échapper à la périodicité, c'est-à-dire à l'unité de mesure.

Une allusion aux périodes premières entre elles, sur laquelle nous reviendrons en détail, préparait la prise de conscience d'une nouvelle formalisation possible, introduisant dans les durées l'équivalent des opérations logiques sur les classes de résidus dont on a vu le développement à propos de la formalisation de l'espace des hauteurs.

Toutefois, la première étape nécessaire était la libération définitive des durées, et leur jeu simultané. C'est Olivier Messiaen qui le premier a développé un langage cohérent de « contrepoint de rythmes », sur lequel il s'est expliqué lui-même [5.2], à partir du jeu simultané de durées premières entre elles (voir par ex la pièce pour orgue *Le Verbe*, fragment cité par Messiaen lui même [5.2] fig 1.18).

Figure I.18 Messiaen, Exemple tiré de la pièce pour orgue Le Verbe, 5 croches contre 4

Mais il a surtout donné une autonomie aux figures rythmiques, en leur faisant subir des augmentations ou diminutions régulières ou irrégulières (multiplication et division par 2, ajout et retrait d'une fraction de chaque valeur), et en les juxtaposant (voir par ex. Le 9ème mouvement de la *Turangalila Symphonie*, *Turangalila III*).

Boulez a raffiné les transformations possibles des cellules rythmiques (éventuellement [5.6] p. 160), par monnayage, négatif, engendrement d'un rythme à l'intérieur de lui-même, etc.

Subdivisions « arithmétique » et « géométrique »

Une variante de cette approche, elle aussi latente dans le langage traditionnel à travers ce que les musiciens ont appelé de manière impropre les valeurs « irrationnelles » (car elles relèvent en général de ce que les mathématiciens appellent nombre rationnels, extension des entiers naturels et relatifs) est la subdivision d'une même durée en fractions premières entre elles.

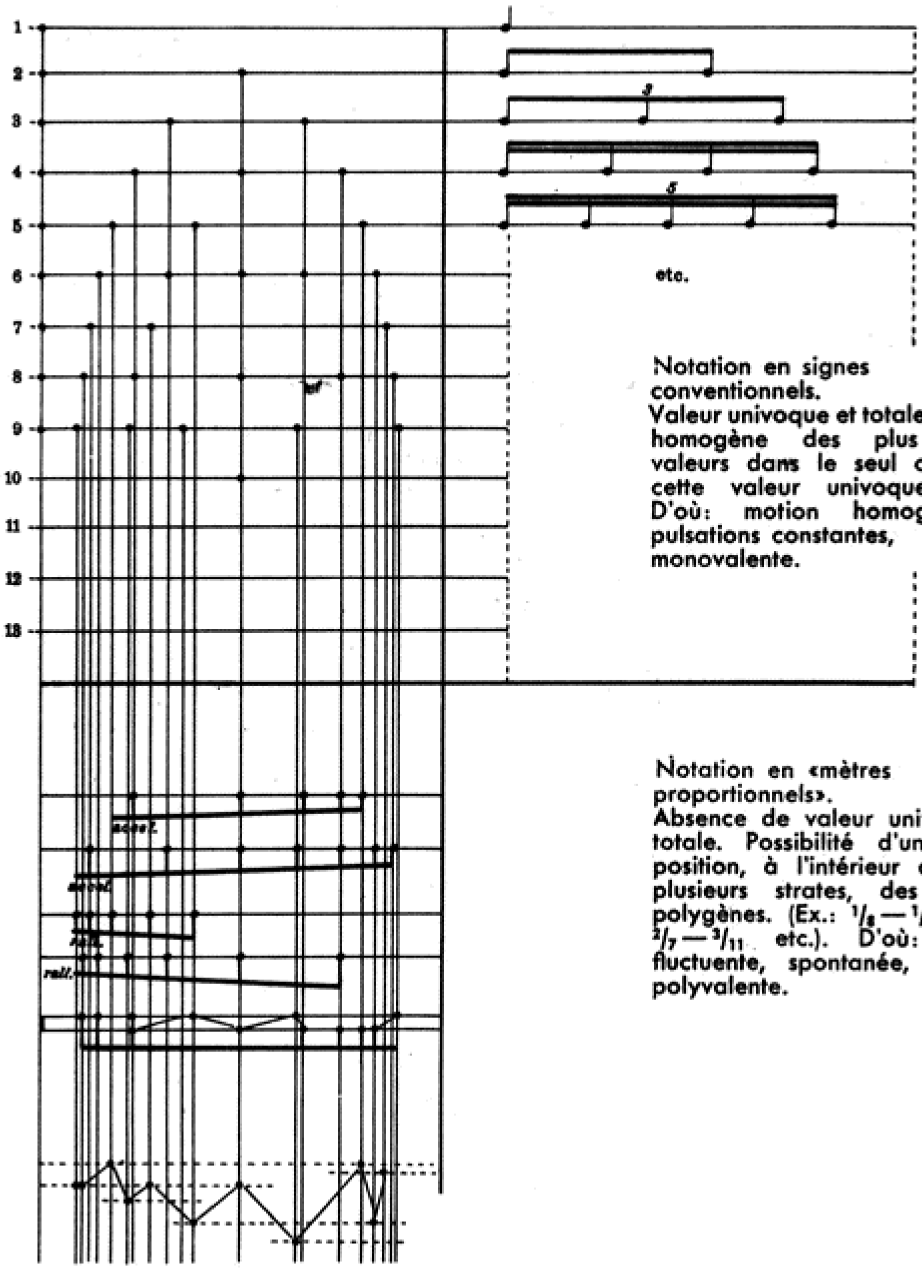
Le « 3 contre 2 » déjà mentionné, lorsqu'il s'applique à des valeurs courtes (triolet) en est l'exemple le plus familier.

On pourrait définir cette approche, par opposition à la précédente, comme subdivision « géométrique » du temps (selon la distinction de Xenakis), l'autre étant considérée comme « arithmétique ».

On la trouve développée par exemple dans la *petite musique de nuit* (1958) de Roman Haubenstock-Ramati, « mobile » pour orchestre(fig 1.19). Telle qu'elle est employée dans cet exemple, elle n'a d'ailleurs qu'une valeur indicative. Je l'ai moi-même utilisée dans un mouvement du Quatuor à Cordes *Multiple* comme moyen de répartition contrôlée des attaques entre les 4 instruments (fig 1.20 – voir aussi abaque fig 1.21).

1. La notation en «mètres proportionnels».

Le schéma ci-dessous explique le principe et l'origine de la représentation graphique des «mètres proportionnels» et voudrait permettre la comparaison avec les signes caractéristiques de la notation musicale conventionnelle.



Notation en signes conventionnels.
Valeur univoque et totale. Division homogène des plus petites valeurs dans le seul cadre de cette valeur univoque totale. D'où: motion homogène, à pulsations constantes, monovalente.

Notation en «mètres proportionnels».
Absence de valeur univoque et totale. Possibilité d'une juxtaposition, à l'intérieur d'une ou plusieurs strates, des valeurs polygènes. (Ex.: $^1/_8$ — $^1/_3$ — $^1/_5$ — $^2/_7$ — $^3/_{11}$ etc.). D'où: motion fluctuente, spontanée, libre et polyvalente.

Figure I.19 : Extrait des indications introductives de la partition de la "petite musique de nuit", mobile pour orchestre de Roman Haubenstock-Ramati

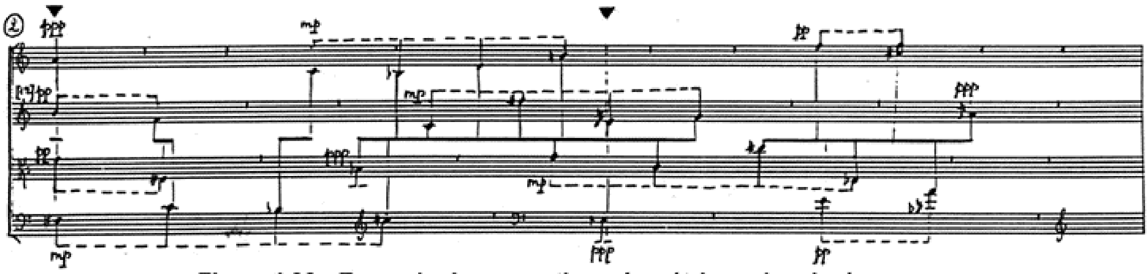
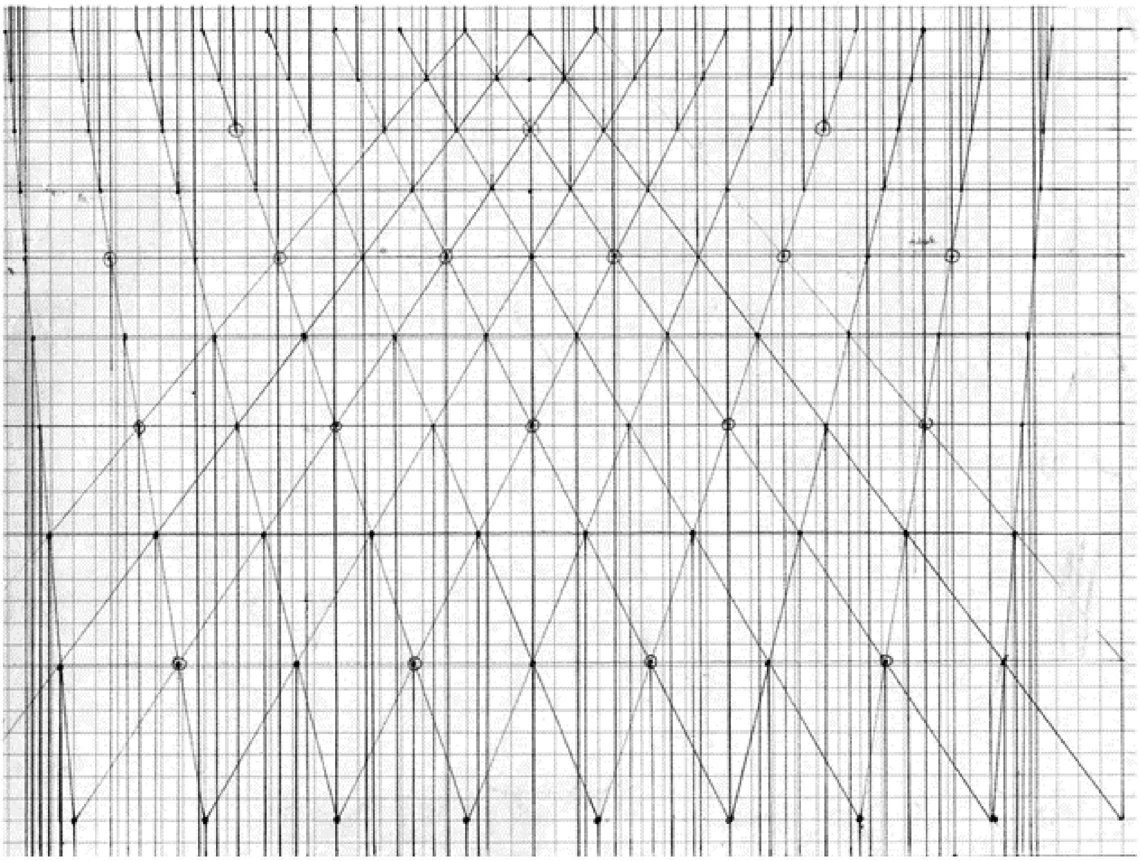


Figure I.20 : Exemple de proportion géométrique des durées
Extrait de la structure III du quatuor "Multiple" (Riotte)
À noter que depuis, l'auteur a retranscrit cette structure en notation mesurée grâce au logiciel Kant (Ircam)

Fig. I.21 - Abaque pour la correspondance des subdivisions de durées premières entre elles (3 à 18).



Il faut remarquer toutefois que la réalisation pratique de cette subdivision par des instrumentistes reste à la limite de leurs possibilités, et n'est concrètement réalisable avec une certaine précision que dans des cas très particuliers. Par exemple, mon propos principal dans l'application précédente était un contrôle de succession d'attaques non-coïncidentes contribuant à la synthèse d'une proportion complexe unique. (à noter que j'ai réécrit depuis ce mouvement grâce au logiciel KANT avec l'aide de Gérard Assayag, chef de projet à l'IRCAM)

En revanche, rien ne s'oppose à une application rigoureuse de tels principes de subdivision « rationnelle » d'une même unité dans le cas de calculs et synthèse par ordinateur.

Les deux approches, arithmétique et géométrique, pourraient d'ailleurs être combinées, l'approche arithmétique se prêtant, comme on le verra plus tard, à des développements formalisés à l'échelle des « phrases » grâce à des opérateurs logiques, alors que l'approche géométrique est mieux adaptée à un contrôle fin, par exemple pour dessiner un seul événement complexe réparti entre plusieurs voix-instruments-sources.

Subdivisions d'une macro-unité de temps

Puisqu'on a écarté pour l'instant les proportions globales d'une oeuvre musicale, qu'on reverra par la suite, on se bornera à quelques exemples de subdivision à l'échelle de la section.

Le matériau de base (cellule rythmique) est lui aussi affaire de proportions. Dans le monde des durées traditionnelles à base binaire, l'application sur les entiers reste la règle, avec pour unité la plus petite durée binaire utilisée. La cellule rythmique peut alors être représentée par une séquence d'entiers :

4,5,3,1 signifiera

Si l'on prend la x pour unité.

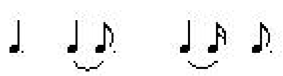
(Il n'est pas inutile de rappeler que dans un tel formalisme, chaque entier n représente deux informations : la durée proprement dite de l'événement de n unités, et l'instant d'occurrence de cet événement, situé par rapport à une origine des temps qui coïncide avec le début de la cellule à un instant égal à la somme des entiers précédents.)

On imagine alors aisément les opérations élémentaires possibles comme l'augmentation déjà pratiquée par J.S. Bach (produit de chaque élément par un même entier), la diminution (division par un même entier, à la condition restrictive qu'il soit pour les n termes, un dénominateur commun).

Messiaen y a déjà ajouté une opération d'addition (ou de soustraction) qu'on peut généraliser en ajoutant à chaque entier un même entier :

exemple : +2 sur la cellule ci-dessus donne :

6,7,5,3 c'est-à-dire



Boulez, dans son article «Eventuellement» [5.6] fournit d'autres transformations cellulaires plus complexes, qu'on peut caractériser par l'application successive d'opérateurs élémentaires à une même cellule.

La caractérisation d'une cellule tient dans ses proportions. On pourra alors définir une famille de cellules ou <u>profil</u> par une inégalité.

Prenons l'exemple de 4 termes d'une cellule de durées :

d_1, d_2, d_3, d_4

Les deux exemples précédents sont des cas particuliers d'un même profil ainsi défini :

$d_2 > d_1 > d_3 > d_4$

dont les solutions sont en nombre fini, dénombrable ou infini selon que l'on fixe ou non des bornes inférieure et supérieure absolues aux d_i, et que

$d_i \in N$ entiers naturels

ou $d_i \in Q$ nombres rationnels

ou $d_i \in R$ nombres réels.

On utilise donc ici l'inégalité, ou relation d'ordre large. Pour restreindre les solutions, puisqu'il s'agit de lutter contre les grands nombres, on peut appliquer un tel profil à une grille de durées préétablies.

Une grille de durées, équivalente dans le temps à une échelle dans l'espace, est une succession de k durées répondant à une structure déterminée.

On imaginera donc aisément des grilles congruentes modulo-n ou des grilles non-congruentes, par analogie avec les échelles.

Pour prendre un exemple concret utilisé dans mon quatuor à cordes *Multiple* , reportons-nous à la fig 1.22 Elle fournit des solutions d'application du profil $d_3 > d_1 > d_4 > d_2$ et de son « renversement » (voir la généralisation des opérateurs sériels, chapitre 2) dans une grille

G = <8, 6, 5, 1, 2, 4, 7, 3, 8> (unité = x)

(G est en fait un cycle équilibré de durées modulo-8, voir chapitre 2.)

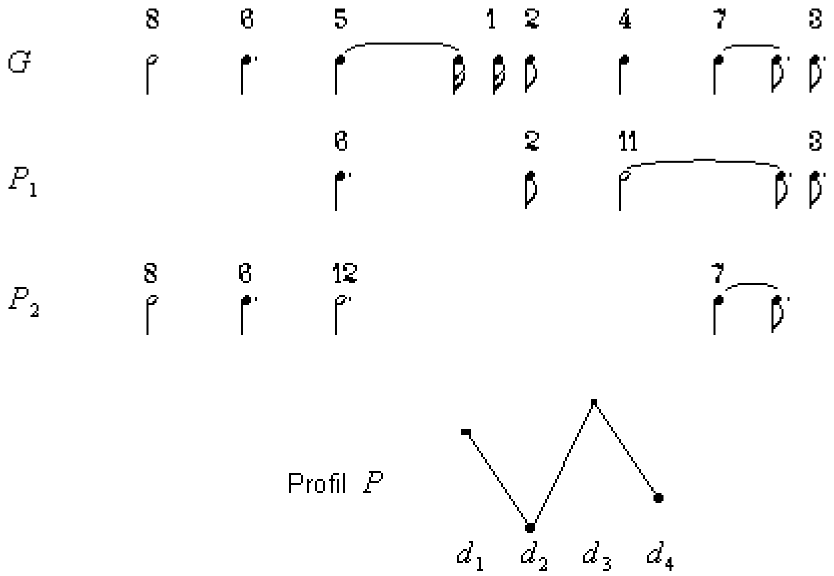


Fig 1.22 deux exemples d'insertion d'un profil $P(d_3>d_1>d_4>d_2)$
dans une grille de durées $G=<8,6,5,1,2,4,7,3>$ **unité :** ♪

La fig 1.23 donne toutes les solutions du renversement de profil ci-dessus à durée globale (somme des durées du profil) donnée.

Fig 1.23

Somme	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11
4	6.8.4.7			5.7.3.6					4.6.2.5				3.5.1.4		
4							4.7.3.5					3.6.2.4			2.5.1.3
2					5.8.2.6				4.7.1.5						
2							5.8.2.5				3.7.1.4				
1					5.8.4.7										
1						4.8.1.7									
1										2.8.1.5					
1											2.8.1.4				
1												2.8.1.3+			
1										2.8.1.4+					
1							3.8.1.7 +								
1									3.8.1.5 +						
3		6.8.3.7+				5.7.2.6 •				4.6.1.5 o					
3			5.8.3.7+				4.7.2.6 •				3.6.1.5 o				
3					4.8.3.6+				3.7.2.5 •				2.6.1.4 o		
3						9.8.3.5+				3.7.2.4 •				2.6.1.3 o	
2							3.8.2.6+				2.7.1.5 •				
2								3.8.2.5+				2.7.1.4 •			
1.2				6.8.1.7 o					3.8.2.4+				2.7.1.3 •		
1							4.8.1.6 o								
1.1						5.8.1.6 o			2.8.1.6 o						
2			6.8.2.7 •				5.7.1.6 o								
2				5.8.2.7 •				4.7.1.6 o							
2					4.8.2.7 •				3.7.1.6 o						
total	1	1	3	2	5	4	7	2	7	4	5	2	3	1	1

Etude du profil avec des valeurs comprises entre 1 et 8

\+ groupes comprenant 8 et 3 :11
• 7 et 2 :10
o 6 et 1 :11

Les groupes reliés par un trait horizontal sont des "transpositions"

On a éliminé les groupes comprenant 2 écarts égaux, càd :

2.8.1.7	2.6.1.5	3.8.2.7	3.5.2.4	5.8.4.7
3.8.1.6	3.6.1.4	4.8.2.6	4.8.3.7	5.7.4.6
4.8.1.5	2.5.1.4	3.7.2.6	5.8.3.6	6.3.5.7
2.7.1.6	2.4.1.3	4.7.2.5	4.7.3.6	
3.7.1.5		3.6.2.5	4.6.3.5	

Formalisation des intensités

Comme on l'a vu jusqu'à présent, les formalismes couramment disponibles ont l'inconvénient de découpler les paramètres du son, et de les considérer séparément.

Or, si l'on a pu formaliser les hauteurs et les durées, c'est que la notion de mesure précise y est disponible. Il n'en est pas de même par exemple pour les intensités.

En effet, bien qu'en théorie l'intensité d'un son soit fonction linéaire de l'amplitude de l'onde sonore, en pratique la mesure n'y est pas classique, et la seule notion familière aux musiciens traditionnels est celle qui caractérise les classes d'équivalence, c'est-à-dire le fait que tel son est plus intense ou moins intense que tel autre.

Une échelle de valeurs est bien présente, mais elle reste subjective et sujette à interprétations.

En outre la réalité musicale évoluant à plusieurs niveaux, il y a lieu de distinguer

- l'intensité individuelle des sons qui vont entrer dans un complexe à un instant déterminé
- l'intensité globale résultante pour ce complexe
- l'évolution dynamique de ces intensités.

Cette dernière particularité distingue historiquement, quant à un formalisme, les intensités des autres paramètres sonores. En effet, le contrôle du souffle (voix et instruments à vents) ou de la pression d'archet (cordes) permet les crescendos, c'est -à-dire la variation continue entre deux bornes.

Si donc le formalisme le plus naturel est la « relation d'ordre large » caractérisant un profil, on peut considérer qu'il s'applique même si l'intensité varié continuement d'une borne à la borne successive.

C'est ainsi qu'on pourra caractériser par exemple la dynamique d'une idée de cellule à partir d'une échelle arbitrairement quantifiée

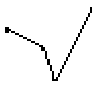
ppp	*pp*	*p*	*mp*	*mf*	*f*	*ff*	*fff*
1	2	3	4	5	6	7	8

sous une forme paramétrique.

<u>Exemple</u> tiré de « Transe Calme » pour piano (Riotte, 1973)

(Tête de voix principale)

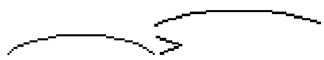
Profil hauteurs :

$a_4 > a_1 > a_2 > a_3$ 

Profil durées $b_3 > b_4 > b_1 = b_2$

Dynamique : $i \to i \quad i+1 \to i-2$

Articulation :



La flèche est un symbole de variation continue linéaire entre les événements : chaque actualisation de l'idée de cellule doit être initialisée (fixation de la valeur de i dans l'échelle choisie)

- soit en fonction d'une intensité moyenne globale dans le passage considéré

- soit en relation avec les intensités de la cellule qui précède, par exemple un principe de « concaténation avec recouvrement » ou CAR (que l'on retrouvera plus loin), l'intensité initiale de la cellule devant coïncider avec l'intensité finale de la cellule précédente.

Il est clair que dans un modèle polyphonique, les initialisations des événements superposés doivent être établies dans la même optique, c'est-à-dire en relation entre eux.

Enfin, l'étroitesse de l'échelle adoptée (8 à 10 termes) excluant le modulo, les phénomènes de limites sont à prendre couramment en compte, c'est-à-dire qu'en fonction d'une initialisation donnée, on doit prévoir par exemple les conditions de « saturation » :

Dans la cellule ci-dessus avec i = 7, on aura :

	7	7	$8 \to 5$
c'est-à dire			
	ff	*ff*	*fff >mf*

Les problèmes des timbres et des attaques

Dans l'espace musical traditionnel des instruments, même avec les extensions que nous connaissons aujourd'hui, la notion de timbre est trop liée à la qualité même du son, c'est-à-dire à un complexe de caractéristiques physiques intimement liées, pour qu'un formalisme développé puisse la décrire autrement qu'en première approximation. La distinction la plus précise a trait à l'importance relative de l'attaque du son - ou transitoire - et du son entretenu imposant une fréquence prépondérante reconnaissable par l'oreille.

De l'orgue, instrument par excellence du son « éternel » - d'où sa fonction para-liturgique à une époque où la notion d'absolu était synonyme de fixité intemporelle, à la cymbale où l'éclat, le spectre complexe et l'évanescence traduisent le réel dans sa fugacité insaisissable, toutes les transitions sont en germe. Toutefois, de par la facture des instruments de l'orchestre, y compris les extensions récentes des percussions, les familles de timbres restent à la croisée des modèles formels construits sur des entités classifiables avec tous leurs paramètres et de la simulation sur ordinateur d'instruments dont la qualité du son n'est encore perçue sauf exception (voir les travaux de synthèse du son de Risset) que globalement, ce qui empêche de les subdiviser en classes bien ordonnées.

Dans ces conditions, seules les propriétés des ensembles peuvent y être couramment appliquées.

Organiser un langage, c'est alors définir le champ dans lequel on va se mouvoir, champ dans lequel la combinatoire permettra l'exploration de la totalité des possibles, et les sous-ensembles que l'on voudra considérer comme significatifs.

Pour fixer les idées sur un exemple simple, limitons-nous à l'espace de l'attaque des cordes, considérées comme une famille de timbres homogènes (voir fig 1.24)

Fig1.24 Attaque des cordes

Familles d'événements			Sous-ensembles
AR	(archet)	A	Attaques proprement dites
		L	Localisation sur la corde
		I	Intensité
$\overline{AR}$	(absence d'archet)	P	pizz
		I	Intensité
MG	(main gauche)	N	nombre de notes fixes
		G	glissandi
		H	harmoniques
S	(sourdine)		

La caractérisation d'un événement se fait au moyen d'une composition de paramètres :

$$[AR(A,L,I)\cap\overline{AR}(P,I),MG(N\cap G\cap H),S]$$

dans laquelle chaque sous ensemble est formé d'éléments exclusifs les uns par rapports aux autres

Sous-sensembles :

A

0. tirez
1. poussez
2. grand détaché
3. grand détaché archet à la corde
4. martelé
5. détaché
6. de la pointe
7. poussé rebondi
8. ricochet (sur une note)
9. staccato
10. jeté
11. louré
12. lié
13. trémolo
14. trille ou batterie

L

0. normal
1. sur la touche
2. ponticello
3. col legno

I

0. *pppp*
1. *ppp*
2. *pp*
3. *p*
4. *mp*
5. *mf*
6. *f*
7. *ff*
8. *fff*
9. *ffff*

N

0. son indéterminé
1. un son
2. 2 sons
3. 3 sons
4. 4 sons
5. cas spéciaux (tenue+pizz)

H

0. normal
1. harmonique naturel
2. harmonique artificiel

S

0. normal
1. avec sourdine

On voit que

[A(1), L(1), I(3), N(2), H(0), S(0)]

caractérise deux notes poussées *p* sur la touche.

L'espace quantitatif dans lequel on se meut est donc à 6 dimensions dans le cas général ; encore faut-il y déceler les zones interdites, telles que A(2), L(1) ou N(4), H(2).

Certaines études [3.11] ont semblé confirmer les rapports étroits qui existent à l'audition entre timbre et attaque, et devraient permettre dans le futur un traitement moins subjectif de ces paramètres et de leurs corrélations.

Interaction des paramètres

Les développements précédents ont situé la possibilité de définir des « espaces virtuels » constitués par le produit des trames de hauteurs et de grilles de durées, formant un quadrillage potentiel à chaque nœud duquel pourront se situer les événements principaux, avec leurs caractéristiques d'intensité, de timbre et d'attaque, correspondant en fait à un espace à 5 dimensions. Toutefois, comme on l'a fait observer plus haut, les trois derniers paramètres ne peuvent relever que de relations d'équivalence ou de fonctions encore plus primitives.

On pourrait d'autre part critiquer une telle description à cause des quantifications qu'elle implique, de même que de la dissociation artificielle de caractères du son intimement liés.

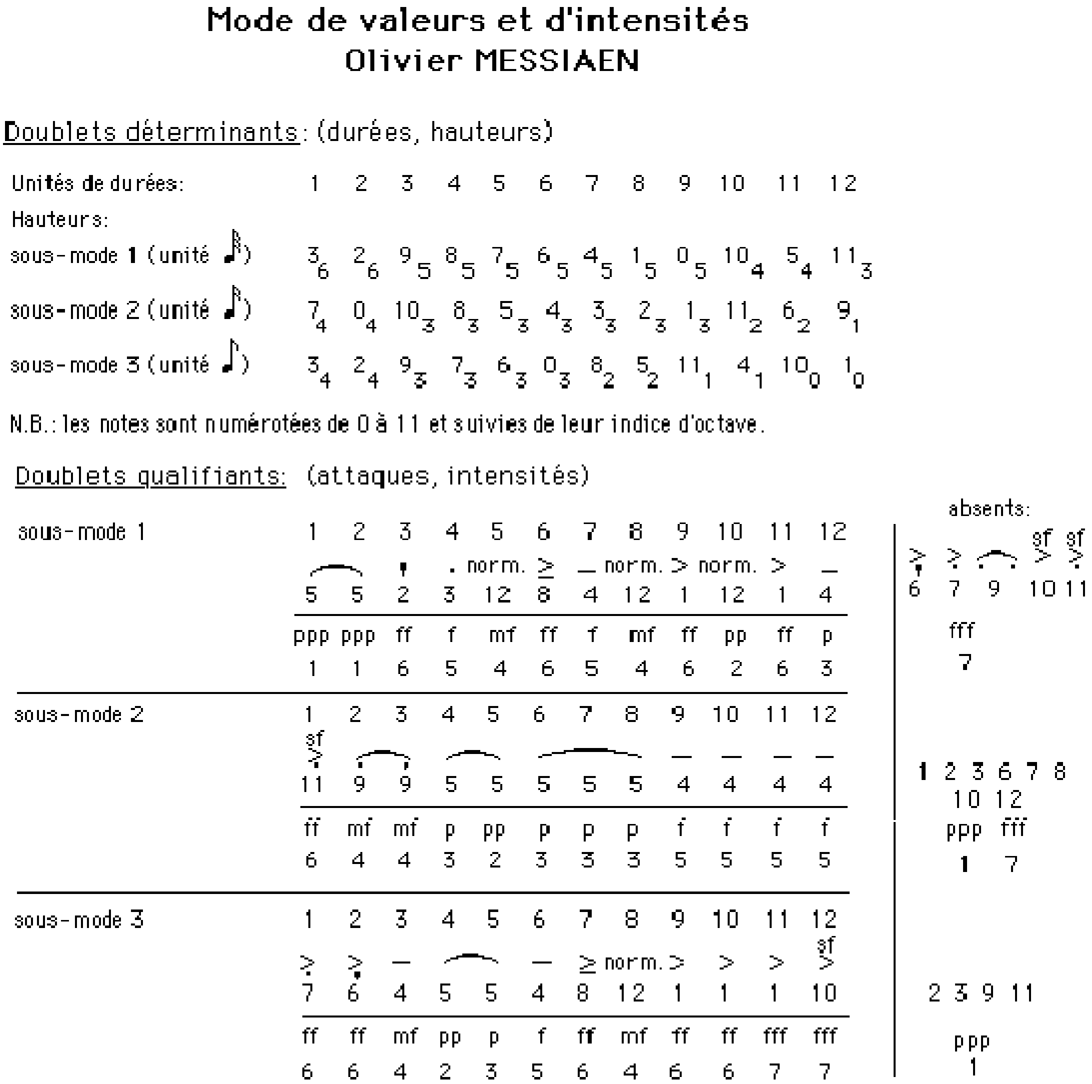
En particulier, lorsqu'on veut travailler avec des sons complexes ou continûment variables, les recherches en synthèse du son par ordinateur laissent à penser que le continu devra être pris en compte.

Actuellement, lorsque la variation est linéaire et ne concerne qu'un des paramètres (traditionnellement l'intensité), une représentation bi-dimensionnelle reste possible (voir par exemple les nappes de glissandi de cordes de Xenakis).

On rappellera pour conclure provisoirement, comme cas particulier d'approche à l'interaction des paramètres, le « *mode de valeurs et d'intensités* » pour piano (1949) d'Olivier Messiaen.

Il définit, pour chacune des trois voix (fig 1.25) un mode de hauteurs à douze sons réparti sur plusieurs octaves, mais chaque hauteur est en fait un 4-uple (hauteur, durée, intensité, attaque).

Fig 1.25 numérisation des données



Il s'agit donc d'un modèle intermédiaire entre la définition d'un espace virtuel tel qu'il est décrit dans ce chapitre et celle des mécanismes locaux comme on verra dans le suivant.

En fait les principales contraintes :

- chaque événement d'une voix doit être immédiatement suivi en séquence d'un autre événement du « mode » (sans silence) ;

- l'émission d'un son exclut pendant sa durée l'occurrence dans les deux autres voix d'un son de même nom ;

définisssent un triple automate, chaque nouvel événement d'une voix pouvant être choisi parmi 9 possibilités (12 moins l'événement précédent – non répétition – et les deux événements en cours dans les autres voix).

Chapitre II - Fonctionnement local : mécanismes et opérateurs

Séries et cycles

Il pourrait paraître anachronique d'en revenir, une fois délimités les formalismes qui permettent d'approcher, préalablement à toute structure fine, l'espace musical, aux opérateurs sériels classiques pour entamer la description de certains outils syntaxiques utiles.

D'autant plus qu'ils ont pu paraître, dans l'œuvre de Webern par exemple, auto-suffisants pour déterminer cet espace et même contradictoires avec toute autre pré-détermination. En effet, la notion d'ordre entre un ensemble fini d'objets sonores peut s'opposer au libre jeu de sous-ensembles de ces objets.

Mais cette contradiction n'est qu'apparente ; d'abord l'ensemble des objets traités par les opérateurs sériels n'est une totalité qu'à la congruence (modulo) près ; de plus, la projection verticale d'une section du discours détermine en général une sélection de fait, au contrôle local limité, et c'est l'arbitraire des relations globales d'espace qui a souligné la faiblesse et créé la crise du langage sériel.

Revenons-en aux fonctions réelles de la série :

- Assurer fonctionnellement une répartition statistique de sons échappant à l'ordre tonal

- Déduire cette répartition d'opérateurs aptes à organiser la totalité des sons audibles, à l'intérieur d'une échelle quantifiée, à partir d'un ordre de succession aussi réduit que possible

- Attacher à cet ordre de succession, et à ses transformations par les opérateurs précédemment définis une fonction structurelle.

La première condition, qui tend à utiliser le mécanisme sériel comme un «générateur de notes» pseudo-aléatoire, a été poussée à la limite par Jean Barraqué [5.13], qui définissait une chaîne de séries, à partir d'une série donnée considérée comme une permutation de degré 12, en appliquant l'ordre des termes de cette permutation sur elle-même autant de fois qu'il était possible, soit en retombant sur la permutation initiale (cycle), soit en arrivant sur la permutation 0 qui ne déplace aucun objet. On voit que ce mécanisme, qui met en jeu les propriétés les plus abstraites des groupes de permutation, s'il satisfait à la seconde condition, écarte résolument la troisième. De plus, un tel traitement, qui conduit à une prolifération organisée, relève typiquement du calcul par ordinateur.

La seconde condition, qui veut instituer un ordre d'objets dans une totalité, ne s'attachait au départ qu'aux objets eux-mêmes (notes) et non à leurs rapports (intervalles). L'organisation de la totalité des intervalles à l'intérieur d'une série, déjà entrevue par Hiller et Isaacson [6.1] fera l'objet d'un développement dans ce qui suit. Enfin, la troisième condition implique une analyse des symétries internes pouvant exister dans la série elle-même. On en donnera également quelques exemples.

Ce qui reste significatif à mon sens dans la démarche sérielle est la définition d'opérateurs abstraits [5.1] adaptés au traitement informatique, sur lesquels on reviendra.

L'ordinateur à la rescousse : calcul des cycles équilibrés.

On ne refera pas ici l'historique de la naissance de la série schoenbergienne. Le propre de la démarche était à mon sens, pour faire face à l'évanescence des hiérarchies tonales, de substituer une notion d'ordre appliquée à un ensemble de sons modulo-12, à la notion de sélection hiérarchisée caractéristique du monde tonal. Schoenberg lui-même avait baptisé sa méthode «composition avec douze sons qui n'ont d'autres parentés que celles de chaque son avec chaque autre»[1.14].

On relira utilement l'analyse des symétries internes des séries de Webern et du problème général de la structure interne d'une série tel que le conçoit Pierre Boulez [5.5]. On trouve entre autres dans ses réflexions l'observation d'une particularité de la série initiale de la *Suite Lyrique* d'Alban Berg, le fait qu'elle comporte tous les intervalles possibles, la seconde moitié de la série étant l'exact miroir de la première, transposé à la quinte diminuée.

Il serait inexact de dire que mes propres investigations dans ce sens sont parties de cette observation. Je recherchais plutôt à l'époque (1958-1960) une organisation plus radicale, qui pût donner un sens indiscutable à la volonté de Schoenberg (parentés de chaque son avec chaque autre). Pour ce faire, il fallait qu'une série ne fût pas caractérisée seulement par un ordre des éléments de l'ensemble, qui revient en fait à un ordre de la totalité des intervalles vis-à-vis d'une note de référence, mais également à un ordre continuement varié de la proximité entre ces sons, c'est-à-dire à une série d'intervalles. D'une part je fis l'exercice de la conception d'une œuvre basée sur une série d'intervalles qui n'utilisait qu'un sous-ensemble de $\mathbb{Z}_{12}$, et avait donc le caractère d'un mode. « *Dualités pour violon et piano* » (1962) est entièrement fondé sur cette ambiguïté. Une telle conception transitoire constituait l'exact complément de l'approche de Schoenberg (Série de hauteurs : totalité des éléments de $\mathbb{Z}_{12}$ n'employant en général qu'un sous-ensemble des intervalles de proximité. Série d'intervalles : totalité des intervalles modulo-12 n'employant qu'un sous-ensemble des éléments de $\mathbb{Z}_{12}$).

Le passage à la limite était dès lors tracé : trouver des séries qui soient à la fois des séries de hauteurs et d'intervalles. Je m 'employai donc à la recherche de telles séries, et m'aperçus alors que leur synthèse était malaisée. En effet, la double contrainte correspondante avait pour résultat que s'il était simple de commencer, l'exclusion progressive des hauteurs et intervalles restants aboutissait le plus souvent à une impossibilité, et il me fallait plusieurs heures pour en découvrir une, dont la structure interne ne me paraissait pas nécessairement satisfaisante. En effet, il s'agissait de tracer un graphe dans une vaste arborescence dont les trajets permis diminuaient à chaque étape. Mes contacts professionnels avec l'informatique (j'avais depuis 1961 la charge d'un laboratoire de calcul hybride au Centre Commun de Recherche Euraton, établissement d'Ispra, Italie) me fournirent une solution : l'écriture d'un programme Fortran par un programmeur analyste, A.Debroux, qui, sur mes indications, put calculer la totalité des séries ayant la double caractéristique. [6.2]

Je constatai par la même occasion qu'une série équilibrée était fermée par constitution, c'est-à-dire que le 12ème intervalle refermait le cycle sur la première note.

Définitions

Soit $\mathbb{Z}_{12}=(0,1....11)$ l'ensemble des 12 notes de l'octave tempérée.

$\mathbb{Z}_{12}$ forme un groupe par rapport à l'addition précédemment définie.

Envisageons toutes les manières de former une suite ordonnée de 12 éléments avec tout ou partie des éléments du groupe. Ce sera l'ensemble £ des arrangements de 12 objets 12 à 12 avec répétitions qui forme le groupe symétrique S (£) de cardinal 12^{12}

soit A_0 = < $a_0, a_1, \dots a_{11}$ > l'une de ces suites $a_k \in \mathbb{Z}_{12}$ k = 0,1, ... 11

et $d_i = a_{i+1} + a_i^{-1}$ la distance entre deux éléments successifs qu'on appellera <u>intervalle</u>.

On a réciproquement :

$$a_i = a_{i-1} + d_{i-1} = a_0 + \sum_{i-0}^{i-1} d_i$$

enfin $\delta_i = a_i + a_0^{-1} = \sum_{i-0}^{i-1} d_i$ représente l'intervalle entre l'élément i et l'élément 0 ou <u>écart</u>.

Si $a_0 = 0$, la suite des δ_i coïncide avec celle des a_i

Soit d'autre part

D_0 = < $d_{0,} d-1, \dots d-11$ > la suite ordonnée des intervalles de A_0

On supposera de plus que

$a_{i+1} \neq a_i$ quelque soit i (pas d'unisson entre deux notes successives).

Dans ce cas, les $d_i \in \Delta_{12}$ avec $\Delta_{12} = \{-6,-5,-4,\dots -1,1,\dots 6\}$

si A_0 est tel que $a_i \neq a_j$ quels que soient i et j on dit que A_0 est une <u>série de hauteurs</u>.

L'ensemble $E \in £$ des A_0 est formé de toutes les permutations des éléments de $\mathbb{Z}_{12}$, qui forme un groupe symétrique de cardinal $12! = 479.001.600$

Si la suite associée D_0 de A_0 est une permutation de Δ_{12} , on dit que A_0 est un <u>cycle d'intervalles</u>

Le cycle d'intervalles est fermé sur lui-même (le 12ème intervalle est la distance entre a_{11} et a_0)

Démonstration

on a $a_1 = a_0 + d_0$

$a_2 = a_1 + d_1$

....

$a_{12} = a_{11} + d_{11}$ a_{12} étant l'élément défini par

$$a_{12}+\sum_{i=1}^{11} a_i=a_0+\sum_{i=1}^{11} a_i+\sum_{i=0}^{11} d_i$$

c'est-à-dire $a_{12}+a_0^{-1}=\sum_{i=0}^{11} d_i$

mais $\sum_{i=0}^{11} d_i \equiv 0$ (mod 12)

d'où $a_{12}\equiv a_0$ cqfd

soit E' l'ensemble des cycles d'intervalles. $E' \in \pounds$ l'intervalle 6 coïncidant avec son inverse, le groupe symétrique E' des cycles d'intervalles aura pour cardinal $\frac{12!}{2}$

l'intersection $L=E'\cap E \quad L\subset \pounds$ représente l'ensemble des suites ordonnées A_0 qui ont la double propriété d'être des séries de hauteurs et des cycles d'intervalles. On dit que ces suites sont des cycles équilibrés. Par suite de $L\subset E'$, ils ont la propriété de fermeture précédemment démontrée.

Retour au traitement par ordinateur :

Le programme initial a fourni, après réduction à $a_0=0$ 1928 CE (cycles équilibrés) (ironie des nombres, le total des CE coïncidait avec l'année de ma naissance. Pour la petite histoire, Patrick Greussay m'a dit avoir réécrit le programme et recalculé les CE)

En fait, une version ultérieure du programme rédigée par moi, utilisait la propriété de fermeture, en excluant tous les cycles qui coïncident avec la récurrence, le renversement et la récurrence du renversement (au sens Schoenbergien) de cycles précédemment calculés, analysés en boucles fermées.

Une analyse accessoire du programme met en évidence ceux des cycles dont une forme déduite par les opérateurs ci-dessus et l'opérateur « déphasage » qui sera décrit plus loin coïncide avec le cycle lui-même (50 cycles).

Pour permettre un classement plus aisé du matériel obtenu, un programme successif a soumis tous les CE à une analyse par sous-ensembles de 3 à 8 notes, mettant en évidence

les accords majeurs et mineurs

les divers accords de septième

les suites de 5 à 7 notes appartenant à un ton majeur ou mineur (y compris les modes obtenus par renversement du mineur. Il est facile de constater que tous les autres accords ou modes analysés gardent leur propriétés par renversement)

les suites de 5 à 8 notes appartenant aux classes de résidus mod 12

les suites de 5 à 8 notes appartenant à l'un des modes à transpositions limitées les plus couramment utilisés par Olivier Messiaen. (M_2^k avec k = 1, 2, 3 voir ci-dessus).

Cette analyse a permis de découvrir :

38 CE coïncidant avec leur récurrence

6 CE doublement coïncidents

35 CE ne comprenant aucun accord classé

51 CE ne comprenant comme accord classé qu'une 7è diminuée

(classes de résidus 3_i) etc...

La série de la suite lyrique de Berg déjà citée y figurait parmi les CE symétriques auto-coïncidents.

J'ai conservé après ces divers filtrages 65 CE qui me paraissaient répondre le mieux aux critères structurels que je m'étais fixés.

On peut donc constater qu'il s'agit d'un matériau « rare » (formes finales : $70 x 12$ transpositions

Séries possibles : $12!$ d'où une probabilité de $\frac{70\times12}{479\times10^6}\approx 1{,}6\times10^{-6}$) et, sans l'informatique, même en y dédiant ma vie, je n'aurais pas encore terminé aujourd'hui l'exploration.

Formalisation des opérateurs sur les CE

On utilisera aussi le couple $A_0 = (a_0, D_0)$ pour caractériser un CE

a_0 est le 1er terme ou origine.

Opérateur V (renversement)

$VA_0 = < v_0, v_1, \ldots v_{11} > = (a_0, VD_0)$

avec $v_k = a_0 - \sum_0^{k-i} d_i$ (on utilise la notation $m_i^{-1} = -m_i$)

$VD_0 = < -d_0, -d_1, \ldots, -d_{11} >$

Opérateur R (récurrence)

$RA_0 = < r_0, r_1, \ldots r_{11} > = (a_0, RD_0)$

avec $r_k = a_{(-k)}$

$RD_0 = < -d_{11}, -d_{10}, \ldots, -d_0 >$

Opérateur T (transposition)

$T^j_{A_0} = < t_0, t_1, \ldots t_{11} > = (a_0 + j, D_0)$

avec $t_k = a_k + j \quad j = 0,1, \ldots 11$

Opérateur Φ (transposition)

$\Phi A_0 = < \varphi_0, \varphi_1, \ldots \varphi_{11} >$

avec $\varphi = a_{k+1}$

Quelques relations

soit I l'opérateur identité $IA_0 = A_0$

On a V.V = I

R.R = I

$T^i T^j = T^{(i+j)} \quad T^{12} = I$

$\Phi^i \Phi^m = \Phi^{(i+m)} \quad \Phi^{12} = I$

Composition des opérateurs

On a $R.V = V.R$

$V.T^J = T^J.V$

$R.T^j = T^j.R$

$V.\Phi^k = \Phi^{¿} k.V$

($\Phi^k_d.R = R.\Phi^{(-k)}_d \quad \Phi_d$ opérateur Φ appliqué à D_0)

$R.\Phi^j = \Phi^{(-j)}.R$

$T^r \Phi^j = \Phi^j.T^k$ démonstration en annexe.

Les opérateurs V, R et T commutent entre eux. Ils engendrent donc 4 sous-groupes :

$T^j A_0, T^j V A_0, T^j R A_0, T^j RVA_0 \quad j = 0,1, \ldots 11$

Soit en tout les 48 termes des opérations de Schoenberg.

Φ commute avec V et T ; il ne commute pas avec R mais la correspondance univoque $R\Phi^j = \Phi^{-j} R$ permet d'expliciter l'ensemble des termes engendrés dans chaque sous-groupe par les permutations cycliques Φ^i

Le terme général du vocabulaire V soit U^x , sera caractérisé par 4 indices :

U^x (i, j, α, β) = $\Phi^i T^j V^\alpha R^\beta A_0$ avec $\begin{matrix} i=0,1,\dots 11 & \alpha=0,1 \\ j=0,1,\dots 11 & \beta=0,1 \end{matrix}$

V comprendra donc en général 576 termes.

Cas particuliers

si dans D_0 on a $d_i = -d_{(i+6)}$ le mot A_0 est dit V-symétrique

si dans D_0 on a $d_i = -d_{(2-i+1)}$ le mot A_0 est dit R-symétrique

Dans les deux cas, les vocabulaires correspondants n'ont que 288 termes.

Structure interne d'une série ou d'un cycle

Pierre Boulez a précisé certaines propriétés contenues dans la structure même d'une série.

Barraqué avait également étudié les séries apparentées à la base de la Suite Lyrique d'Alban Berg, et détaillé l'analyse de l'Allegro Misterioso ainsi que celle des variations pour piano de Webern.

Toutefois, il n'est pas inutile de renouveler l'exercice, en l'appliquant à un CE, afin d'indiquer que la mise à jour de symétries, si elles existent, sont propres à un CE et qu'une telle analyse devra être faite sur chaque nouveau CE. Nous prendrons pour exemple le CE N°357 utilisé dans mon Quatuor à Cordes à solutions multiples « Perspectives ». Si nous prenons la précaution de mettre en évidence, avec leur orientation, les intervalles pairs et les intervalles impairs sur deux représentations circulaires modulo-12 distinctes, les symétries apparaissent clairement.

On observe d'abord que les intervalles impairs regroupent des demi-tons, les tierces mineures et les tritons (forme A) alors que les intervalles pairs regroupent les tons, les tierces majeures et les quartes (forme B). Ceci posé, et par extension avec les propriétés des groupes, on peut mettre en évidence des transformations privilégiées utilisant les opérateurs traditionnels T, R et V.

Sur la forme A

1°) Transpositions (rotations)

- une rotation de π (T^6 ou triton) conserve la disposition relative des intervalles impairs mais les rétrograde.

- une rotation de $\frac{\pi}{2}$ (T^3 ou tierce min) échange les intervalles l'intérieur d'un groupe de 4 sons

t (do - do#, sol - fa#) R (do - fa #, do #- sol)

R (la - mi *b*, si *b* - mi) t (mi *b* - mi, si *b* - la)

m (fa - ré, la *b* - si) m (la *b* - fa, si – ré)

une rotation de $\frac{3\pi}{2}$ (T^9 ou sixte maj) opère un échange semblable :

t (do - do#, sol - fa#) R (fa # - do , sol - do #)

R (la - mi *b*, si *b* - mi) t (mi – mi *b*, la - si *b*)

m (fa - ré, la *b* - si) m (fa - la *b*, ré – si)

2°) Renversements (symétries par rapport à des diamètres)

- une symétrie par rapport au diamètre $\frac{\pi}{12}$ ne modifie pas les tierces mineures, rétrograde les autres.

- Une symétrie par rapport du diamètre $\frac{7\pi}{12}$ rétrograde les tierces mineures, ne modifie pas les autres.

Sur la forme B :

1°) Renversements

Une symétrie par rapport au diamètre $\frac{5\pi}{12}$ ne modifie aucun intervalle pair.

En résumé, on aura trois types de transformations privilégiées

Les rotations de k_1 ($\frac{\pi}{2}$ + $\frac{\lambda\pi}{12}$), k_1 = 0,1,2,3 (3 familles)

Les symétries par rapport à k_2 ($\frac{\pi}{12}$ + $\frac{\lambda\pi}{2}$) (6 familles)

Les symétries par rapport à ($\frac{5\pi}{12}$ + $\frac{\lambda\pi}{12}$) (12 familles)

Les deux premières opèrent des échanges d'intervalles sur les mêmes couples de notes.

La troisième garde stables les intervalles pairs.

On peut ainsi construire des réseaux sur des sous-ensembles des formes possibles, apparentés par des relations étroites entre des familles d'intervalles.

Formes apparentées

Il existe des CE différents dont certains sous-ensembles restent identiques. Une autre possibilité plus large consiste, à partir d'un CE donné, à rechercher les séries de hauteurs et les séries d'intervalles les plus proches, par échanges successifs d'intervalles symétriques dans le CE (t ($t \rightleftarrows ' \bar{t}$ $T \rightleftarrows ' \bar{T}$, etc). J'ai décrit à l'époque un sous-programme au programme principal calculant et classant les CE, qui fournit automatiquement ces familles.

Modes généraux d'enchaînement des séries et cycles

Là encore, Boulez a fourni des indications [5.5] sur les types d'enchaînements qu'il utilise pour ses propres oeuvres.

J'ai défini, en utilisant les propriétés des CE, des opérateurs jonction qui permettent la constitution de chaînes de longueurs différentes, l'exploration des chaînes possibles pour un CE pouvant être automatisée et permettant leurs regroupements en sous-ensembles. (un logiciel spécialisé MANUCYCLES a été mis au point depuis par M. Mesnage qui calcule tous les sous-ensembles possibles répondant à un mode d'enchaînement (concaténation) pré-établi).

On utilise pour ce faire une généralisation de l'usage des opérateurs classiques (R,V, R-V) sur des chaînes déjà constituées.

Opérations « Jonction » ou concaténation avec coïncidence

Pour construire des chaînes de termes, on définit des opérateurs de jonction.

- 1- Jonction faible : soient deux termes B_0 et C_0

  La jonction se fait par $c_0 = b_{11}$ (coïncidence de notes)

- 2- Jonction du premier ordre : soient deux termes B_0 = (b_0, D_0) et C_0 = (c_0, G_0)

  La jonction se fait par les coïncidences d'intervalles c'est-à-dire $g_0 = d_{11}$

- 3- Jonction du deuxième ordre

  avec les mêmes notations $g_0 = d_{10}$

Si les jonctions du 1er et 2ème ordre se font alternativement entre éléments de deux sous-groupes, les chaînes résultantes ont une forme univoque et sont fermées.

Les algorithmes en musique

Si les nécessités du traitement informatique ont rendu familiers les mécanismes d'auto-génération de symboles connus sous le nom d'algorithmes (on rappelle que le mot algorithme a une racine commune avec le mot algèbre, et que sa définition par le Conseil Consultatif du langage scientifique est la suivante : « système de symboles et de règles opératoires relatives à ces symboles ») mécanismes formalisés par la théorie des automates finis, la notion même qu'il décrit a été présente de tous temps en musique, à commencer par sa forme triviale, la répétition.

Tous les élèves de classes d'écriture connaissent la marche d'harmonie, modulante ou non, dont nous ne donnerons que pour mémoire trois exemples, tirés pour la facilité de la littérature du clavier.

a- marche non modulante tirée de la 9ème des 25 sonates pour clavecin de Domenico Scarlatti : établie sur un parcours descendant de la gamme de la mineur sous sa forme mélodique, elle préfigure déjà les suites d'accords parallèles de Debussy.

b- marche non modulante tirée du Rondo de la Sonate pour piano op 2 N03 en ut majeur de Beethoven.

c- marche modulante tirée du Rondo de la sonate pour piano op 28 en ré majeur de Beethoven.

Ce sont des translations ascendantes ou descendantes de motifs construits sur des relations harmoniques simples établissant le pas élémentaire qui peut être reproduit ensuite de manière automatique, le cas échéant avec ré-initialisation (sauts de 10ème tous les 4 groupes de l'ensemble b), en vue d'un parcours significatif en soi.

Ce parcours, s'il est suffisamment long (exemples a et b) est facilement mémorisé et donc prévisible par le récepteur, qui est alors sensibilisé soit à ses changements d'orientation soit à son aboutissement.

Remarquons une différence importante entre les deux types de marches :

la marche modulante respecte exactement les rapports du motif initial dans ses translations ; ses proportions « géométriques » sont fixes et la marche est une suite d'applications du motif dans $\mathbb{Z}_{12}$.

La marche non-modulante en revanche met en jeu une opération « arithmétique », en ce sens que le motif de base n'est pas constitué par les intervalles eux-mêmes mais par le nombre d'éléments qu'il parcourt.

L'exemple b en effet est construit sur l' « idée de motif » (conception chère à Jean Barraqué) tierce montante, c'est-à-dire, dans la notation du chapitre sur les échelles, une suite d'applications du motif (i, i+2) dans le sous-ensemble P_3^M (gamme de mi *b* majeur) de $\mathbb{Z}_{12}$.

Remarquons d'ailleurs que l'exemple b est une forme de compromis entre les deux types de mécanismes, car l'autre constituant du motif, celui qui précède la tierce, est un demi-ton ascendant quelle que soit l'appartenance de la note du départ ; les translations de celle-ci appartiendront donc non à P_3^M mais à $\mathbb{Z}_{12}$. Les exemples de mécanismes de ce type abondent, en particulier dans les partitions de J.S. Bach, au point que l'on pourrait parler d'un style « déterministe par morceaux » dans de nombreuses sections de son oeuvre.

On cherchera plutôt ici à illustrer une série de mécanismes du même ordre rencontrés dans l'écriture d'Olivier Messiaen qui en fait un usage courant.

Une pièce quasi totalement algorithmique : «*l'Echange*»

tiré des *20 regards sur l'Enfant-Jésus* pour Piano d'Olivier Messiaen. A part les 7 dernières mesures, toute la pièce peut être décrite à partir d'un bloc d'une durée de 11 croches (2 mesures de la partition) constitué de 4 groupes distincts. Ces 4 groupes ont des dates d'occurrence, des durées et un nombre de constituants fixes à l'intérieur de la période. C'est donc un cas simple de fonctionnement en boucle unique.

Le 1er groupe, formé de 2 sous-groupes de densité 2 et 3 est totalement répétitif (hauteurs, articulations), seule l'intensité étant continuellement croissante.

Les 3 autres groupes fonctionnent sur des algorithmes identiques

$n_{i+1}=n_i, n_{i+1}=n_i+1, n_{i+1}=n_i-1$ (i numéro d'ordre du passage de la boucle)

appliqués a des éléments isolés ou à des successions d'éléments.

Une formalisation plus détaillée est inutile pour saisir le principe. On remarque simplement la limite retenue par Messiaen (12 incréments), évitant une reprise des rapports harmoniques à l'octave près.

De même, les dernières mesures, qui fonctionnent d'abord par

- tronçonnement de la boucle (réduite à 4 croches par élimination des 7 dernières) et anticipation du groupe G_2 d'une unité (mes.25 à 27) et 3 répétitions ;

- nouveau tronçonnement par élimination cette fois des deux premières (mes.28) et 3 répétitions conduisent au silence, au-delà duquel une brusque dilatation du temps rompt la boucle, et conclut par une fixation hors algorithme.

On retrouve le même algorithme sous une forme typique en boucle de période 5 croches dans une section de la pièce X (p.62-63 de la partition) ; la boucle fonctionne sur 13 périodes.

Même processus dans la strette de la Fugue (Regard VI p 35.38 de la partition) en canon à 3 voix ; boucle encore sur 12 périodes, suivie d'une variante à deux voix réelles, l'une des voix (la basse) étant identique à l'octave près à la voix-pilote de l'exemple précédent ré-initialisée (période 15 double-croches), l'autre le sujet en mouvement contraire avec allongement par répétition de note (période 23 double-croches).

Même algorithme enfin dans le Regard XX, en boucle de 11 croches, présente dans 3 sections (main gauche) avec ré-initialisation toutes les 4 périodes et augmentation de densité (2 notes en octave, 3 notes) puis de nombre d'événements (croche, croche, puis double croche en battements).

Cet algorithme est en contrepoint avec un motif de 12 sons en valeurs égales répété 2 fois et de position fixe dans la période. Ce motif n'a que 4 formes différentes, qui sont reprises à chaque ré-initialisation de l'algorithme. Or il n'apparaît pas d'algorithme évident entre ces 4 formes.

Un exercice d'extrapolation en algorithmes

C'est donc à lui que nous allons nous intéresser, en cherchant à répondre à la question : existe-t-il un algorithme plus général dont ces 4 formes ne seraient qu'un sous-ensemble ?

Je ne prétends pas que ce soit la démarche suivie par Messiaen ; je suis persuadé du contraire ; mais il est instructif, étant donné le nombre restreint de libertés qu'il s'est laissé, de résoudre ce problème en vue d'une application plus large des mécanismes algorithmiques.

Observons donc les 4 groupes en question ; les hauteurs du total chromatique étant en position invariable, on peut les représenter numériquement modulo-12 (b). Pour les 5 premières notes, le mécanisme est évident. Dans les 7 suivantes, une seule régularité est équivalente ($si \rightarrow 11$). Cependant, on observe entre les groupes 1 et 2 l'usage pour ces 7 notes de l'opérateur déphasage Φ (permutation cyclique des n termes d'une position à gauche) à la puissance 3. On remarque au passage que ce même opérateur à la puissance 2 peut décrire le déplacement des termes 2 à 4. On imaginera donc une séquence algorithmique en rameau, c'est-à-dire qu'on passera d'un groupe impair au suivant par application d'un algorithme à définir, alors que les groupes pairs seront déduits du groupe impair précédent par applications de 2 opérateurs locaux.

Soit *A* une séquence de n termes.

On appellera déphasage local, noté $\Phi_1(k, l; A)$ la permutation cyclique des *l* termes de *A*, commençant par le *k*ième, d'un terme à gauche $(k+1-1)$.

En particulier, une permutation de deux termes voisins sera notée $\Phi_e(k, 2; A)$

Appelons *A(12)* le 1er groupe

On passera du 1er au second par application des opérateurs

$\Phi_e^2(2,3\,;A)$ et $\Phi_e^4(6,7\,;A)$

Cherchons maintenant l'algorithme de passage du 1er au 3ème groupe. Il nous est suggéré par la succession invariante 560 ; on appliquera alors :

$$A'_0=\Phi_e(7,6\,;A_1)$$

$$A''_0=\Phi_e(10,3\,;A'_1)$$

$$A_3=\Phi_e(9,2\,;A''_1)$$

Quant au groupe 4, d'après notre hypothèse d'enchaînement en rameau, il est déduit d'une forme de groupe type impair par les opérations a ; cherchons cette forme : on en déduit le groupe.

Reste à passer du dernier groupe existant , A_3 à ce groupe x ;

On appliquera le même type d'opérateurs :

$$A'_3=\Phi_e^2(9,4\,;A_3)$$

$$A_x=\Phi_e(10,2\,;A'_3)$$

En définissant les algorithmes globaux

$A_{2i+2}=F(A_{2i+1})=\Phi_e^2(2,3\,;A_{2i+1})\oplus\Phi_e^4(6,7\,;A_{2i+1})$ (on ne peut faire une sommation d'opérateurs que dans la mesure où leurs zones d'actions sont disjointes)

$$A_{4i+3}=X(A_{4i+1})=\Phi_e\Big[9,2\Big[\Phi_e\big[10,3\big[\Phi(7,6;A_{4i+1})\big]\big]\Big]\Big]$$

$$A_{4i+3}=Y(A_{4i+1})=\Phi_e\Big[10,2\Big[\Phi_e^2(9,4;A_{4i+3})\Big]\Big]$$

on pourra définir la séquence de production des A_j à partir de A_1

La chaîne d'opérateurs $X\rightarrow Y$ donne 8 formes distinctes,on calculera donc les 16 A_i dont on trouvera la transcription musicale.

Quant à un algorithme de lecture qui respecte la séquence de départ $(A_1-A_2-A_3-A_6)$, on en trouvera une forme possible, qui analyse en 3 passages successifs les 16 A_i avec une répétition de chaque groupe ; sa longueur totale avant reprise est donc de 32 groupes alors que Messiaen en utilise 7 x 4 = 28. On pourrait en trouver d'autres, liés par exemple à l'évolution des algorithmes de la main gauche.

Cet exercice est utile pour situer le degré de répétitivité littérale que l'on tolère dans un langage de ce type. En effet, dans sa présentation, Messiaen répète déjà deux fois chaque groupe A_1-A_2 , A_2-A_2 , etc. soit 14 répétitions en tout.

Autres procédures de Messiaen fondées sur les durées.

Il les a analysées lui-même [5.2]

On citera pour mémoire :

- Le canon de durées sur hauteurs fixes à partir d'une voix donnée, fondée sur une séquence de variations rythmiques irrégulières d'une cellule (Regard XIV – 3 voix)

- Sur la <u>même séquence rythmique</u>, imitation par augmentation 3/2 (ou « ajout du point »). La voix « donnée » est construite harmoniquement sur le mode $M_6^3 = 2_0 \cup 6_1$ (voir formalisation des modes) à densité 4 constante, et son imitation sur le mode $M_4^4 = 3_2 \cup 6_3 \cup 6_4$ à densité 4 constante. Ils servent de décor au « thème de Dieu » exposé dans le Regard I, construit d'abord en mode $M_2^1 = 3_0 \cup 3_1$ puis en $M_2^2 = 3_1 \cup 3_2$

comme $M_6^3 = 6_0 \cup 6_1 \cup 6_2 \cup 6_4$

$M_4^4 = 6_2 \cup 6_3 \cup 6_4 \cup 6_5$

$M_2^1 = 6_0 \cup 6_1 \cup 6_3 \cup 6_4$

$M_2^2 = 6_1 \cup 6_2 \cup 6_4 \cup 6_5$

on obtient facilement leurs intersections :

$M_6^3 \cap M_4^4 = 6_2 \cup 6_4$

$M_2^1 \cap M_6^3 = 6_0 \cup 6_1 \cup 6_4$ $M_2^2 \cap M_6^3 = 6_1 \cup 6_2 \cup 6_4$

$M_2^1 \cap M_4^4 = 6_3 \cup 6_4$ $M_2^2 \cap M_4^4 = 6_2 \cup 6_4 \cup 6_5$

$M_2^1 \cap M_6^3 \cap M_4^4 = 6_4$ $M_2^2 \cap M_6^3 \cap M_4^4 = 6_2 \cup 6_4$

Les accords employés dans la voix directrice et son imitation ne sont pas en relation directe avec le canon rythmique : il existe cependant une liaison dans la mesure où pour chaque voix, le cycle des accords correspond au cycle des 17 durées de base, avec une boucle interne supplémentaire.

En effet, il y a 10 accords de base dans la voix directrice :

$m_1 m_2 m_3 m_4 m_5 m_6 m_7 m_8 m_9 m_{10}$

ainsi répartis :

$\underline{m_1 m_2 m_3 m_4 m_5 m_6}\ \underline{m_1 m_2 m_3 m_4 m_5 m_6}\ \underline{m_7 m_6}\ \underline{m_8 m_9 m_{10}}$

et 9 accords de base dans l'imitation :

$P_1 P_2 P_3 P_4 P_5 P_6 P_7 P_8 P_9$

ainsi répartis

$\underline{P_1 P_2 P_3 P_4 P_5 P_6}$ $\underline{P_1 P_2 P_3 P_4 P_5 P_6}$ $\underline{P_7 P_1 P_2}$ $\underline{P_8 P_9}$

chacune des 3 présentations du canon sont identiques, mais initialisées différemment (7ème croche, 3ème croche, 1ère croche) par rapport au thème qu'elles surplombent.

Enfin algorithmes élémentaires de décroissance puis de croissance de durées sur accord fixe ($d_i = d_{i-1} - 1, d_i = d_{i-1} + 1$ entre 1 et 16 x) au début et à la fin du Regard XVI (page 122 partition), et de décroissance de durées sur translation chromatique ascendante d'accord, superposée à une croissance symétrique sur translation chromatique descendante du même accord au début du Regard XVIII (page 138 partition), avec rétrogradation exacte de l'ensemble à la fin de la même pièce.

Algorithmes d'actualisation de profils

On a précisé dans le chapitre I la notion de profil, en hauteurs comme en durées. Comment appliquer ces profils dans le cours du langage à des échelles prédéterminées ?

J'en donnerai un exemple tiré de *Transe Calme* pour piano (Riotte 1974). Soit une organisation fondée sur la rencontre de 3 « voix » C_1, C_2 , C_3 associées à une monodie principale.

A chacune de ces voix est attachée une échelle spécifique ; les relations entre ces échelles seront exposées dans un autre chapitre. Il suffit de noter pour l'instant qu'elles sont constituées respectivement de n_1, n_2 et n_3 sons.On choisit un nombre N premier avec n_1, n_2 et n_3 qui correspondra à un prélèvement de N sons successifs dans chaque échelle.

Les sons étant successifs, chaque prélèvement sera entièrement déterminé par le choix du son le plus bas (ou le plus haut) de ce prélèvement.

L'algorithme de lecture de ces prélèvements par blocs pourra se définir par exemple par une alternance de glissements d'un son vers le haut et vers le bas.

Le principe du mécanisme et la séquence des sons-limites correspondants pour la voix C_3 correspond à un resserrement progressif de l'ambitus, d'où une indication du contrôle possible des zones parcourues par un choix judicieux des algorithmes.

Chaque prélèvement, correspondant dans l'exemple à un ensemble de 17 sons, est scindé en 4 groupes de sons (3, 6, 4, 4) à partir du son le plus grave, chaque groupe étant affecté d'une organisation particulière à prédominance monodique, rythmique et harmonique (m, r, h). Soient g_1 ,

g_2 , g_3 , g_4 ces groupes de sons. Ils seront présentés en séquence dans l'ordre g_3 , g_2 , (g_1+g_4) avec les fonctions respectives m, r et h.

On donnera l'exemple d'organisation de la fonction m, qui introduit la notion nouvelle de prélèvement cyclique dans un noyau.

On appelle noyau une séquence de N événements abstraits mémorisés constituant une boucle infinie (c'est-à-dire que le noyau constitué est modulo-N), auquel on fera appel partiellement pour une actualisation effective.

Chaque événement abstrait du noyau pourra être un k-uple, c'est-à-dire un complexe formé par une situation relative de hauteur, de durée, d'articulation et de dynamique.

Si l'on opère des prélèvements successifs dans ce noyau, on obtiendra des événements distincts et pourtant issus d'une organisation unique prédéterminée.

En effet, soit le noyau N ($e_1, e_2, \cdots e_n$) e_i événement i

et le prélèvement $N(e_i ; k)$ e_i 1er terme du prélèvement, k nombre de termes du prélèvement

Il suffira d'appliquer par exemple un algorithme tel que

$$e_i \rightarrow e_{i-1}$$

pour obtenir n actualisations distinctes possibles de k termes. On souligne la généralité d'un tel concept de prélèvement dans un noyau ; en effet toutes les figures obtenues ne préjugent pas des sons sur lesquels elles sont applicables ; ceux-ci dépendent de l'échelle choisie.

Chapitre III - L'analyse formalisée

Le chapitre III complet du cours comportait :

a) une description du modèle abstrait de la « première pièce pour quatuor à cordes » de Stravinsky (1914) rédigée en 1979 et reprise en 1988 avec Marcel Mesnage pour aboutir au modèle informatique qui restitue la partition complète telle qu'elle est écrite

b) la transcription de l'analyse des « Variations » Opus 27 de Webern par Jean Barraqué;

c) une première formalisation de l'Invention n°1 à 2 voix de J. S. Bach ;

d) la description d'un automate musical construit sur le n°39 des Mikrokosmos de Bartok ;.

Depuis, tous ces sujets ont été développés, publiés et réunis à d'autres dans le **volume II** de l'ouvrage **Formalismes et modèles musicaux** (2006, DELATOUR - voir **Publications**).

On trouve leur rédaction aux pages suivantes :

a) Un modèle informatique de la « pièce pour quatuor à cordes n°1 » de Stravinsky, Riotte & Mesnage, chapitre 6. pp. 69-100

b) Les « Variations pour piano » op. 27 d'Anton Webern, Riotte & Mesnage, chapitre 6, pp. 101-150.

c) L' « Invention à deux voix » n°1 de J.-S. Bach – essai de modélisation informatique. Riotte & Mesnage, chapitre 6, pp. 151-188

d) :Un automate musical construit à partir d'une courte pièce de Bela Bartok, Riotte, chapitre 7, pp.227-236.

Signification actuelle de l'analyse

Interroger un texe musical, c'est y chercher ses propres racines. Il s'agit d'utiliser ou d'imaginer des concepts aptes à décrire une oeuvre, et si possible une famille d'oeuvres, comme un tout cohérent. Mais la cohérence doit être prise ici dans un sens large ; en effet, plusieurs niveaux d'approche peuvent être distingués pour préciser la description.

L'approche qui paraît actuellement la plus efficace consiste à considérer une oeuvre comme l'actualisation d'un système dont les principes fonctionnels sont plus généraux qu'elle-même, et qu'on pourrait idéalement définir comme un «modèle» apte à se mouvoir dans un espace à n-dimensions, l'une d'entre elles étant le temps. La localisation instantanée de ce modèle est un point ou un ensemble de points de l'espace ayant entre eux des relations, dont l'évolution correspond à des mécanismes de proximité.

L'oeuvre est alors le trajet accompli par le point ou l'ensemble de points dans l'espace considéré sous l'influence des mécanismes mis en jeu (conscients ou non). On pourrait assimiler l'attitude du compositeur à un «pilotage» du système au sein des contraintes qu'il s'est lui-même fixé, en faisant appel tour à tour à l'arsenal des mécanismes à sa disposition, appliqués à des matériaux fixes ou paramétriques.

Avant de prétendre à l'optimisation d'un trajet, il faut donc avoir mis en lumière à la fois l'espace et ses sous-ensembles, les matériaux, les mécanismes et les contraintes, puis montrer l'unicité résultante du trajet. Ce serait «l'oeuvre fermée» pure.

Dans tous les autres cas -ceux où les raisons des choix ne peuvent être explicitées, dénombrer les choix possibles vis-à-vis du choix effectif est déjà oeuvre utile. L'adhésion de l'auditeur-récepteur à ces choix est alors une subordination provisoire, dont les causes peuvent aller d'une coïncidence (les choix peuvent être motivés en premier lieu par leur contexte psychologico-affectif) à une imprégnation passive (bombardement d'un produit fini par les circuits de production).

La définition des formes traditionnelles (fugue, rondo, forme sonate, etc.) situait des frontières au niveau des matériaux, mécanismes et motifs ainsi que l'espace et ses sous-ensembles. L'analyse correspondante se situait au niveau de l'observation ; l'analyse formalisée cherchera à mettre en jeu les outils décrits dans les chapitres précédents (pour les mécanismes déterministes du type algorithmique ; pour les fonctionnements à base stochastique, voir chapitre IV) pour localiser les choix effectifs, et les distinguer des conséquences impliquées par les bases générales telles qu'elles auront été dégagées.

Une conséquence directe de cette approche est qu'elle ne peut que s'étendre à la conception d'oeuvres nouvelles, par un phénomène d'auto-analyse qui devient essentiel si l'on se propose d'utiliser des moyens informatiques ; il s'agit en effet de formaliser le modèle, voire la famille de modèles sous la forme d'un programme (d'un système).

On pourra critiquer la démarche elle-même dans la mesure où «l'objectivation» logique des conditions d'écriture (ou de réalisation) vide la conception de son contenu subjectif, de son «aura» ; toutefois, l'objection ne serait recevable que si la détermination du modèle était également «objectivable», de même que tous les choix initiaux (matériaux spatiaux, contraintes ou condition aux limites, sources, etc.) qui particularisent le moment «unique».

On verra sur quelques exemples que, sauf exception, il n'en est rien.

Un modèle informatique d'une pièce de Stravinsky.

L'étude qui suit est un premier état de la constitution exhaustive du modèle informatique repris et mené à bien en équipe avec Marcel Mesnage (cf Analye Musicale N°...) (A noter que l'approche analytique de la structure de la mélopée ne coÏncide pas avec celle de l'article, et montre que deux modes d'approches différentes peuvent aboutir à des méthodologies distinctes mais exploitables.)

On peut schématiser deux démarches compositionnelles :

- Celle qui consiste à introduire un ordre partiel dans une répartition d'événements sonores produits au hasard, c'est le sens de la recherche de lois minimum de composition par Xenakis. Dans une certaine mesure, les formes ouvertes participent aussi de cette démarche.

- Celle qui consiste à introduire des ruptures dans un milieu très organisé, répétitif ou algorithmique.

L'incidences de cellules, groupes ou phrases répétitives premières entre elles en est un ensemble significatif. On l'a déjà abondamment rencontré dans le style d'Olivier Messiaen (chapitre II).

On peut en citer même un exemple, sous une forme plus cachée il est vrai, dans une section du «Soleil des eaux» de Pierre Boulez («complainte du lézard amoureux», chiffre 6 de la partition Hegel, 1959).

Etant donné les potentialités d'un modèle informatique issu de cette technique, pour peu qu'il soit suffisamment élaboré, il m'est apparu utile de pousser l'analyse de l'une des premières partitions qui, à ma connaissance, exploite consciemment ce principe : la première des trois pièces pour Quatuor à cordes d'Igor Stravinsky (éditeur-propriétaire Boosey et Hawkes), qui datent de 1914.

Je n'aurais pas entrepris la description détaillée de cette analyse qui en serait restée aux constatations élémentaires de rencontres entre phénomènes périodiques, si des travaux personnels de composition (Suite explicite pour clarinette seule - A Riotte – voir plus loin) ne m'avaient fourni la clef de la structure de la mélopée du premier violon qui en constitue l'élément monodique essentiel.

C'était l'occasion de jeter les bases d'un modèle d'engendrement mélodique dont les résultats ne portent plus traces d'automatisme.

D'autre part, le pénétrant travail de Patrick Greussay (introduit dans sa thèse de doctorat – voir plus loin) sur une très courte pièce de Bela Bartok m'a persuadé qu'il était plus fructueux pour des travaux futurs sur ordinateur d'approfondir à l'extrême une structure limitée que de s'en tenir à des considérations globales sur des constructions de plus grande envergure.

L'analyse qui suit procédera donc de plusieurs niveaux d'approche successifs puis simultanés réagissant les uns sur les autres :

- un niveau de simple observation des phénomènes mis en jeu, dégageant les interprétations possibles - non nécessairement exclusives entre elles- du découpage du texte ;

- un niveau de rationalisation de ces observations, lié aussi bien aux proportions de l'oeuvre elle-même qu'à la structure fine du langage, qui implique des hypothèses globales, hypothèses dont l'économie et les potentialités justifieront le choix ;

- enfin, un niveau de spéculation, de construction d'un modèle qui utilisera les hypothèses retenues en vérifiant leur portée et leurs liens pour la description du texte choisi;

On abordera ci-dessous ces trois niveaux, en montrant chaque fois qu'il sera possible les conséquences ou les raisons des choix et décisions non explicites de l'auteur.

I- Analyse formelle

Observations élémentaires sur la forme globale de la pièce

Une première écoute met en évidence le caractère répétitif des éléments du discours ; quatre événements s'y distinguent aussitôt, soit en allant du simple au complexe :

- Une note tenue, le ré, émise par l'alto du début à la fin, analogue à la pédale obligée de certains instruments folkloriques.

- Une pédale rythmique et harmonique à base 7 noires confiée au violoncelle et à l'alto (corde de ré) et répétée 14 fois. (fig 3.1)

- Une apostrophe monodique énoncée par le second violon, formée d'un motif conjoint descendant de 4 notes présenté alternativement une seule fois (apostrophe proprement dite) et deux fois successives (apostrophe-écho) avec deux articulations distinctes (tiré et poussé) (fig 3.2). Chaque apparition du motif est séparée de la suivante par des silences variables, mais on observe déjà que les apostrophes-échos sont cycliques à base de 21 noires.

- Une mélopée confiée au premier violon, construit sur un mode défectif de 4 notes conjointes, cyclique à base de 23 noires, répétées 4 fois intégralement et une fois partiellement avec modification finale (fig 3.3). La mélopée est une phrase formée d'un antécédent A et d'un double conséquent B.B', B' issu de B par ajout de 2 valeurs à gauche. L'antécédent est formé de la succession d'un rythme masculin et d'un rythme féminin, avec accent expressif sur la syncope et redoublement de l'accent tonique et de la désinence.

Le conséquent est formé de la succession d'un rythme masculin et d'un rythme féminin, avec accent expressif sur la syncope et redoublement de l'accent tonique et de la désinence.

Le conséquent B commente le rythme féminin, sans répétition de l'accent tonique ; quant à B', tout en conservant la structure rythmique de B, il transforme le rythme féminin en masculin, par recouvrement de la désinence avec le premier son de la phrase suivante.

D'autre part, les durées (A :11 noires, B : 6 noires, B' 6 noires) postulent à la fois une alternance binaire et ternaire de temps forts dans A, et une alternance seulement binaire dans B et B', mais avec un décalage d'une unité (noire) entre B et B' dû à la valeur ajoutée à gauche de B'. Cette première analyse sommaire indique déjà la prépondérance de A sur B et B', qui ne font par ailleurs qu'exploiter certains aspects fragmentaires de A.

Enfin, le caractère répétitif des événements définit une trame harmonique verticale de 12 sons répartis en 3 groupes de 4 sons formant un mode de 9 notes. Les références à la tonalité de sol majeur sont évidentes : poids du sol faisant fonction de tonique dans la mélopée, pédale de ré évoquant la dominante, extrémités de la trame à la sous-dominante.

Retour sur la durée de la pièce

Etant donné la durée de base de la mélopée (23 noires) et le cycle de base de l'apostrophe-écho (21 noires), il s'agit de déterminer les raison du choix du sous-ensemble de rencontres retenues (4 pour l'apostrophe-écho, 5 pour l'apostrophe) parmi les possibles, la chaîne complète comportant évidemment 21 répétitions de la mélopée et 23 de l'apostrophe-écho.

D'après les observations précédentes sur la structure de la mélopée, et si l'on accepte pour l'instant l'initialisation (temps 19) de l'apostrophe-écho, on observe (fig 3.4) qu'étant donné son taux de glissement (2 noires à gauche) par rapport à la mélopée, seules les quatre interventions cycliques retenues n'interfèrent par avec l'antécédent A.

C'est donc sur A, qui porte la substance mélodique, comme le montrera plus loin une analyse fine de la mélopée, que devront intervenir les apostrophes irrégulières. De même que B et B' ne sont que des commentaires de A, l'apostrophe-écho régulière (commentaire redondant et affaibli de l'apostrophe de par sa régularité même) n'intervient que sur BB'.

On observe d'autre part que, comme B et B' ont la même durée (6 noires), mais que B' est identique à B à une ajoute initiale près de deux croches = une noire, son dernier accent se résolvant sur le premier temps du A suivant, les interventions de l'apostrophe-écho sont décalées d'une noire entre B et B' et épuisent les interférences possibles.

Analyse de la pédale rythmique, interférences avec l'apostrophe

On a vu (fig 3.1) que la pédale rythmique n'utilise que deux unités de durée, la croche et la noire. Les 3 mots de l'alphabet employé pour la constituer sont x_1, x_2, x'_1 (fig 3.5). On note d'abord que le groupe de base x_1, x_2 est issu rythmiquement de la tête de la mélopée. La pédale rythmique P peut alors être complètement décrite par la concaténation :

$$P = (x_1 x_2 x'_1 x_1 x_2 x_1 x_2)^m$$

Soit d'autre part a le mot de base de l'apostrophe (4 croches), l'apostrophe-écho peut alors s'écrire a'a. Si l'on exprime les groupements de mots distincts de la pédale qui peuvent coïncider en durée avec a ou a', on trouve :

$$x_1, x_2 = r \quad x_2, x'_1 = p \quad x'_1, x_1 = q \quad x_2, x_1 = s$$ (fig 3.7)

Les positions relatives de z et a'a avec la pédale rythmique dans le texte (fig 3.6) montrent clairement le phénomène : le terme a de l'apostrophe exploite les rencontres avec p, q et r dans l'ordre indiqué sur la fig 3.7, alors que les figures a et a' de l'apostrophe-écho exploitent uniquement la rencontre s (deux fois à chaque apparition de aa').

p et s sont les figures les plus proches au do de la basse près ; à cause du nombre de leurs occurrences (2 fois p ; 4 fois 2 s) et de la position initiale de p dans le texte, on les considérera comme régulières. On constate maintenant que les déplacements de l'apostrophe correspondent, à l'intérieur de la période propre de la pédale rythmique (fig 3.8), aux trois rencontres possibles non utilisées pour l'apostrophe-écho ; à partir de la position de l'élément régulier p, ce sont de plus les déplacements minimaux possibles (+1 noire pour q, -1 noire pour r). La position (r) non utilisée (fig 3.8) correspond à un déplacement de +2 noires et recoupe la position s. En résumé, on peut considérer que les positions respectives régulières de l'apostrophe et de l'apostrophe-écho sont p et s s ; elles sont perturbées pour l'apostrophe par les rencontres avec la mélopée comme on le verra plus loin, mais à l'intérieur de deux limites :

a) elles doivent exploiter les variantes possibles distinctes de s, réservées à l'apostrophe-écho

b) elles doivent être à des distances minimales en plus ou en moins par rapport à la position régulière p.

Positions de l'apostrophe, interférences avec la mélopée

Une fois mises à jour les positions permises de l'apostrophe vis-à-vis de la pédale rythmique, restent à objectiver si possible les raisons de ses déplacements par rapport à sa position régulière.

On a déjà motivé le principe de ces déplacements : la première période de la mélopée est en effet la plus chargée d'information, celle au cours de laquelle des ruptures mélodiques se produisent (voir plus loin).

C'est donc sur cette période qu'interviendront les positions les moins prévisibles de l'apostrophe.

Les 5 rencontres effectives sont rassemblées fig 3.9. On constate :

- Que les déplacements en II et III de l'apostrophe proviennent de la nécessité qu'elle laisse à découvert la syncope, accent expressif de la mélopée.

- Que le déplacement en IV correspond à un refus d'identité rythmique apostrophe-mélopée (il faut au moins une différence, voir II)

De même, un déplacement de +1 au lieu de – 1 identifierait la formulation avec III.

D'autre part en II un déplacement de +2 au lieu de +1

- identifierait la formulation avec I

- serait en contradiction avec la condition b) du paragraphe précédent

- mettrait l'apostrophe en position «a» avec la pédale ryhtmique, contradictoire avec la condition a)

Analyse et formalisation mélodique de la mélopée

On constate d'abord étant donné les 4 notes formant la tétracorde employé

- une forte majorité d'intervalles conjoints à trois exceptions près : 2 dans la première période (tierce mineure descendante, tierce majeure descendante), une entre 2^{e} et 3^{e} période (quarte ascendante)

- l'exclusion de l'intervalle-unisson ou intervalle 0 (répétition de note).

En fait, si l'on considère que la formule conclusive de chaque période utilise uniquement l'oscillation entre sol et la, on peut dire que toute la substance mélodique est tirée de deux «noyaux» H_1 et H_2 (fig 3.10) considérés comme des boucles fermées auxquelles on fait appel en séquence tant qu'une condition externe d'interruption n'est pas donnée, avec spécification d'initialisation lors de l'appel (voir plus loin les conditions d'intialisation).

On remarque au passage que H_2 est extrait de H_1.

La description mélodique de la mélopée peut alors se formaliser ainsi :

$$MEL(M) = < H_1(1{,}4), H_1(2{,}8), H_2(1{,}5), H_1(6{,}7), H_2(1{,}3), H_1(4{,}9), H_2(1{,}2) >$$

ou sous forme plus synthétique

$$MEL(M) = < H_i(k, R_j) >$$

L'appel à $MEL(M)$ devra spécifier i = 1, 2, la valeur d'initialisation k ; et la condition de rupture R_j.

Formalisation rythmique de la mélopée

On a vu que chaque voix avait sa période propre (7 noires, 21 noires, 23 noires) et que les interférences provenaient de la simple superposition des voix pour la mélopée et pour l'ensemble formé par la pédale rythmique et l'apostrophe-écho (lesquelles coïncident dans leurs rencontres, la période de la pédale rythmique étant un sous-multiple de celle de l'apostrophe-écho) alors que l'apostrophe subissait des déplacements soumis à un ensemble de conditions logiques

- de possibilité de positions vis-à-vis de la pédale ryhtmique

- de choix entre ces positions vis-à-vis de la mélopée.

Or on peut appliquer le même type d'analyse à l'intérieur d'une période de la mélopée quant à sa structure rythmique. En effet, soient 3 groupes de durées D_0, D_1 et D_2 (fig 3.11). D_0 correspond à la tête de la mélopée, D_1 à ses groupes conclusifs, D_2 au corps des périodes de la manière suivante :

D_0 , de par sa fonction initiale, aura préséance sur les autres groupes et sera représenté une seule fois. D_1 et D_2 seront considérés comme les «moments émissifs» de phénomènes périodiques de périodes $T_1=16$ croches pour D_1 et T_1 = 14 croches pour D_2 .

Le complément de chaque durée émissive par rapport à la durée de la période sera une durée de silence (fig 3.12).

En ce qui concerne D_1 , la dernière valeur étant aussi un silence (demi-soupir), on pourrait également la considérer comme faisant partie de la non-émission ; toutefois une analyse de la structure interne de D_1 indique qu'il est issu de la fig β de D_0 (fig 3.11) par répétition et ajout d'un silence séparateur (β').

La seconde présentation de β' amène donc à inclure le séparateur dans la structure de D_1 .

Quant à D_2 , sa structure est également issue de D_0 , sous forme de 2 figures non utilisées pour D_1 : la répétition γ , et la figure α sous forme diminuée α' . On remarquera au passage que α et γ sont aussi les générateurs des 2 figures rythmiques de la pédale rythmique (fig 8 : $\epsilon_1=\alpha, \epsilon_2=\gamma\alpha$) et des apostrophes (fig 3.2 $\delta=\gamma\gamma$, $\gamma_2=\delta\delta\delta\delta$). Toute la substance rythmique de la pièce est donc issue de D_0 .

Revenons aux lois de génération des durées de la mélopée : d'après les fonction définies pour D_0 , D_1 , D_2 la tête D_0 devra précéder immédiatement une présentation du corps D_2 . Quant aux alternances de D_1 et D_2 prélevées sur la chaîne de leurs interférences possibles (fig 3.13) il est facile de voir qu'aucune combinaison commençant par D_2 et se terminant par D_1 ne peut coïncider avec la durée requise (23 noires = 46 croches), la fin des D_1 se plaçant toujours sur un nombre impair de croches. Quant aux combinaisons commençant par D_1 , un seul prélèvement correspond au critère voulu (fig 3.13). On obtient donc la disposition de la fig 3.14 ; elle ne coïncide pas avec le début de la mélopée, ce qui se justifie pour deux raisons :

-son caractère cyclique, qui la fait s'enchaîner sur elle-même

-le principe d'enchaînement de la fin de la mélopée avec son début, basé sur la double fonction du sol initial (résolution du dernier la de B' et première note de la tête).

Restent à définir les opérateurs d'interférences entre les processus D_0, D_1, D_2.

On considérera pour cette analyse deux types d'interférences :

- le masque total, par lequel un processus ou un fragment de processus est interrompu si sa première valeur coïncide avec l'émission d'un autre processus. Exemple : MT ($D_0 \rightarrow BD_1$)

- le masque local, par lequel un processus ou un fragment de processus est interrompu si sa première en interrompt la durée. Exemple : ML ($D_0 \rightarrow D'_1$)

Il faut enfin préciser la hiérarchie d'action des opérateurs :

1. MT agit en premier lieu D_1 étant la composante fondée sur une répétition de motifs, c'est elle qui devra subir – sur la dernière répétition, la seule littérale (BD_1) – l'effet de masque total, les composantes masquantes étant D_0 et D_2. On écrira : $D'_1 = MT$ ($D_2 \rightarrow BD_1$).
2. ML agit ensuite dans l'ordre hiérarchique D_0, D_1 pour les parties masquantes

   $D''_1 = ML$ ($D_0 \rightarrow D'_1$)

   $D'_2 = ML$ ($D''_1 \rightarrow D_2$)
3. La résultante sera la superposition des transformées, qu'on écrira :

   $R = \sum (D_0, D''_1, D'_2)$

Initialisation des noyaux mélodiques de la mélopée

Il faut maintenant déterminer les hauteurs affectées aux durées des transformées.

On rappelle d'abord que la répétition de notes est à exclure de la résultante.

L'initialisation de D_0 est $H_1(1)$

L'initialisation de D_1 est $H_2(2)$ pour chaque groupe constitutif de sa période propre. Seul D_2, corps de la mélopée, devra avoir des initialisations variables. Il est clair que ces initialisations affecteront la transformée de D_2 après effet des masques (c'est-à-dire D'_2) (voir fig 3.14).

Elles se feront sur les deux notes non consonantes du noyau H_1 (figure 10), c'est-à-dire le la et le do. Trois initialisations sont possibles : $H_2(2)$, $H_1(4)$, $H_1(6)$.

Pour clarifier le choix, on reviendra sur le principe de composition utilisé : ruptures dans un milieu fait de régularités. Il s'agit de passer dans la texture mélodique de figures issues d'un noyau (H_1) à des figures issues d'un autre noyau (H_2).

Si les noyaux utilisés ont des notes communes, le passage d'une figure à l'autre peut se faire entre notes de l'une n'appartenant pas à l'autre. On aura alors une rupture véritable.

Ici H_2 étant un sous-ensemble de H_1, il peut y avoir recouvrement : c'est un principe de concaténation. Pendant le recouvrement, la régularité du phénomène précédent et celle du suivant coexistent (équivalence à celle d'un passage modulant appartenant à la fois au ton précédent et au ton suivant). On obtient dans ce cas une atténuation de rupture, un passage progressif d'une organisation à une autre. Ces remarques permettraient même de donner une mesure du degré des ruptures survenant dans un langage.

Revenons maintenant au problème du choix d'affectation des notes de H_1 et H_2 à D'_2. Etant donné le tripartisme de la mélopée -qu'on peut déduire de l'observation des seules durées (fig 3.14 – rôle des silences comme séparateurs), et le rôle atténué que les conséquents ont vis-à-vis de l'antécédent, il est naturel d'attribuer à ce dernier la rupture la plus forte, et d'appliquer le principe de <u>concaténation avec recouvrement</u> ou CAR aux conséquents.

Pour l'antécédent, le choix d'initialisation de D'_2 est donc lié à la dernière note utilisée pour D_0, soit $H_1(4)$. Le principe de rupture écarte SI (note conjointe) donc $H_1(3)$ et $H_1(5)$, la non-répétition $H_1(4)$, le refus de régularité $H_1(1)$ (deux répétitions des 4 notes de H_1 en D_0 et D'_2) Restent $H_1(2)$ et $H_1(6)$, la note la.

On peut vérifier que ces deux initialisations conduisent pour la liaison avec D"_1 à une répétition de note (la dernière note de D'_2 et première de D''_1).

Pour écarter cette répétition, on utilisera le principe suivant : lors d'une rupture mélodique décidée entre figures rythmiques, on poursuivra l'affectation des notes du 1er noyau aux durées de la seconde figure jusqu'à ce que la répétition avec les notes du second noyau affectées à cette figure disparaissent.

Ce principe peut être automatisé par tests par tests, et l'initialisation du premier noyau peut lui être subordonnée. Il est facile de voir alors que seule l'initialisation $H_1(2)$ pour D'_2 peut être retenue. Pour l'initialisation des deux conséquents de D'_1, on appliquera simplement le principe de CAR déjà défini, qui donne immédiatement $H_1(6)$ et $H_1(4)$.

Le résumé des opérations ci-dessus est indiqué fig 3.15.

Formalisation de l'accentuation de la mélopée

Etant donné l'importance des coups d'archets, on étudiera également leur disposition.

Malgré la présence de 3 groupes de 2 double-croches, la valeur unitaire est la croche. On considérera donc les coups d'archets comme affectés à la note lorsque les durées seront supérieures ou égales à une croche.

S'il y a broderie (retour sur une même note en doubles-croches, la note d'arrivée étant un temps fort), elle sera considérée comme une seule note. (Afin de distinguer les doubles-croches et la broderie, on leur attribuera l'articulation staccato).

En revanche, les coups d'archets seront affectés à une durée unitaire quand les durées seront inférieure à une croche.

Enfin, plusieurs notes successives affectées d'un même coup d'archet seront toujours liées.

Ces règles établies, on formera un noyau Ý (fig 3.16) constitué par la formule des coups d'archets de la tête D_0 , et de son complément. Comme pour les hauteurs, il suffira d'initialiser le noyau pour chaque groupe.

On aura

- pour D_0 par définition Ý (1)
- pour D''_1 Ý (3), les cellules rythmiques étant construites à partir des durées 3 et 4 de D_0 . La répétition formelle de la seconde cellule (BD_1 de la figure 3.14) appellera évidemment une répétition du coup d'archet.
- Pour D'_2 , on observe qu'une même figure (hauteurs et durées) se répète dans chacune des 3 interventions (fig 3.17). On lui donnera donc un poids particulier en lui affectant les mêmes coups d'archets que ceux du début de D_0 . On les en distinguera enfin par un jeté.

  Ces principes posés, l'initialisation des coups d'archets s'en déduit sans difficulté :

  Ý (8) 1er groupe

  Ý (7) 2ème groupe

  Ý (5) 3ème groupe

Mesures introductives et conclusives

On se rappelle que le corps de la pièce qu'on vient d'analyser est comme l'indique la séquence des mesures utilisées basé sur une durée multiple de celle de la période rythmique (14 fois 4 croches). Les mesures qui l'encadrent font appel également à la même base ; elles ne conservent que le phénomène pédale dominante, en lui adjoignant la note conclusive du motif de base de la pédale rythmique, noté do # par enharmonie (ce qui confirme l'identité de fonction harmonique des deux notes encadrant ré dans l'apostrophe – ré # do # - et la pédale rythmique – mi b ré b –

Quant à la conclusion de la mélopée – dont la dernière présentation de la période propre est ainsi tronquée au cours de son antécédent – on peut l'interpréter de la manière suivante :

On considère la texture rythmique Œ de la mélopée (superposition des composantes D_0, D''_1, D'_2) comme un tout, se poursuivant jusqu'à la dernière présentation complète de la période propre de la pédale rythmique. On interrompt l'affectation mélodique décrite pour la mélopée à la 5ème valeur avant cette coupure, et on affecte aux 4 dernières valeurs les hauteurs tirées du noyau H_1, initialisé à $H_1(4)$ qui correspondent à la rétrogradation mélodique de la tête (D_0).

Le rôle de syncope de la dernière valeur suggère le maintien de la dernière note pendant la durée équivalente à l'antécédent, sans la répétition du motif conclusif (BD_1), mais comprise la valeur du silence séparateur du 1er motif.

Malgré l'inutilité d'imaginer un modèle pour cette conclusion -on la considérera plutôt de même que l'introduction, comme la dernière touche à apporter « manuellement » au modèle – ces dernières constatations confirment à la fois le rôle organique du demi-soupir séparateur dans le motif conclusif, et la fonction facultative de sa répétition globale, telle qu'elle a été formalisée lors de la description de l'opérateur MT.

II - Un modèle informatique de la pièce.

Les concepts

L'analyse précédente a mis à jour un certain nombre de procédures qui permettent de décrire le détail de la réalisation de la pièce. On verra plus loin l'articulation d'ensemble définissant la séquence des opérations. Toutefois, on va tenter d'abord de faire un pas de plus en avant, et de dégager les bases de sa conception même – ce qui nous sera rendu possible par l'extrême économie des matériaux mis en jeu.

On peut dégager d'emblée l'impact de deux sources distinctes l'une sur l'autre : la musique populaire et la tradition musicale.

De la danse paysanne sont issue en particulier : le mode défectif de 4 sons du premier violon, la pédale de ré qui évoque la basse obligée de la vielle à roue (l'évocation est encore accusée par le jeu près du chevalet par l'introduction et la conclusion qui laissent à découvert la pédale à laquelle s'ajoute le côté grinçant de l'intervalle de 9ème min.

Cette dernière remarque apporte un sens supplémentaire aux mesures introductives et conclusives.

Les données de base

On a résumé en un tableau (fig 3.18) les données de base et les paramètres déduits.

Les deux données fondamentales sont, on le rappelle :

La tête de la mélopée, munie de toutes ses structures (durées, hauteurs, articulation)

La trame harmonique (fig 3.19) formée de 12 sons étagé, dont l'injection dans une octave forme par enharmonie un mode défectif de 9 sons (ton de sol plus les deux demi-tons encadrant la dominante). Cette trame est divisée en 3 groupes de 4 sons N_0 , N_1 , N_2 , dont un groupe conjoint (N_2) , chacun étant un sous-ensemble des tessitures des instruments affectés. C'est à chacune de ces zones que sont rattachés tous les paramètres déduits, y compris les timbres (considérés ici comme des éléments de l'ensemble « modes de promotion des sons des instruments à cordes »)(on voit d'autre part par la réalisation qu'est appliqué implicitement un principe de « compatibilité » entre les parties constitutives, y compris l'apostrophe-écho mais non comprise l'apostrophe ; ce principe souvent utilisé depuis postule qu'une fois établi un algorithme, toutes les rencontres harmoniques et contrapunctiques possible qui en découlent sont « bonnes ».)

Les paramètres déduits, abondamment décrits dans le cours de l'analyse, ne demandent pas de nouveau commentaire.

Les étapes de réalisation

On voit maintenant plus clairement les étapes nécessaires :

- a) constitution des figures composées (durées, hauteurs, articulations, nuances) qui formeront la période propre des parties périodiques ou non, choix des périodes propres
- b) description des lois de déplacement des parties mobiles autour d'une période propre (apostrophe) : ces déplacements s'expriment en fonction des positions respectives des autres parties (interférences)
- c) détermination des limites (frontières de déplacements permises) fixant le nombre des interférences à retenir et donc la durée de la pièce
- d) déroulement effectif du programme
- e) rédaction « libre » de l'introduction et de la conclusion (On observe le même phénomène par exemple pour la conclusion de l' « échange » de Messiaen (voir chapitre II)

L'étape a) réclame une attention particulière quant à la synthèse de la période propre « mélopée ». Cette dernière comporte en effet plusieurs phases intermédiaires constituant un sous-programme (fig 3.21) :

1. constitution de la figure (D_1 , H_2 ,Ý) et de la figure rythmique D_2 (formalisée, mais non par un mécanisme algorithmique)

2. calcul des périodes propres T_1 et T_2 , T_0 étant fixée, et choix de leurs interférences (fig 3.13) Initialisation de D_0 par rapport à la chaîne ainsi constituée

3. application dans l'ordre des opérateurs :

MT de D_0 et D_2 sur D_1 soit D'_{1i} $i=1,2,3$

ML de D_0 sur D'_1 soit D''_{1i} $i=1,2,3$

ML de D''_1 sur D_2 soit D'_{2j} $j=1,2,3$

1. initialisation des noyaux mélodiques des figures composées $(D'_{2j}, H_1(k))$ et corrections de hauteurs qui en découlent sur les autres parties (D'_{1i}, H_2)

2. appplication du noyau Ý (articulation) aux figures $(D'_{2j}, H_1(k))$: principes d'initialisation

3. opération Ì sur les 3 figures coomposées complètes correspondant à D_0 , D''_1 et D'_2 . Réinitialisation de la période propre de la mélopée. On peut ainsi mettre en lumière la frontière précise en deça de laquelle la choix des paramètres, issu des données de base, est dévolu à la décision du compositeur, mais à l'intérieur d'une formalisation. L'organigramme correspondant représenté fig 3.20 dans son apparente évidence prend ainsi une valeur nouvelle. On y a ajouté, pour d'autres applications, les modifications éventuelles.

Conclusions de l'analyse précédente

Dans le cours de la description qui précède, on a pu élucider le détail des opérations nécessires à la définition d'un modèle de la pièce. On n'a écarté aucun détail d'écriture ni de forme ; on a précisé au passage non seulement la structure algorithmique des parties, mais les conditions qui déterminent la longueur de la pièce, les interférences entre ces parties ; afin d'élucider la structure de la mélopée, on a décrit les éléments d'un modèle de génération mélodique basé lui aussi sur des interférences de groupes à périodes premières entre elles à l'intérieur de la période prore de la mélopée.

On a défini les concepts de noyau mélodique, les opérateurs d'occultation MT et ML, le principe de la hiérarchie de leurs effets, l'affectation des notes des noyaux mélodiques avec leurs conditions d'initialisation ; on a précisé enfin les conditions d'articulation, basées elles aussi sur l'appel à un noyau «coups d'archets».